Tanári útmutató

Szerencsejátékok

Babus Réka, Juhász Péter

I. ÁTTEKINTÉS

Az óra során valós és kitalált szerencsejátékok példáin keresztül vizsgáljuk meg a nyerési esélyek, valamint a várható nyereség és veszteség fogalmát. Célunk, hogy a tanulók jobban megértsék a szerencsejátékok működésének mechanizmusát, és képesek legyenek felismerni, hogy egy adott játék kinek biztosít kedvező feltételeket. (Szinte kivétel nélkül mindig a játékot szervezőnek, és nem a játékosnak.) Az óra részeként egy ismert szerencsejáték-stratégiát is megvizsgálunk, és közösen elemezzük annak hatékonyságát. Bízunk abban, hogy ezáltal a diákok könnyebben belátják és elfogadják, hogy miért nem célszerű ilyen típusú stratégiák alkalmazása.

Feltételezzük, hogy a diákok korábban még nem foglalkoztak mélyebben sem a várható érték, sem a valószínűségszámítás témakörével. Úgy gondoljuk, hogy hasznos, ha először életszerű, számukra is releváns problémákon keresztül találkoznak ezekkel a fogalmakkal, módszerekkel. Az egymásra épülő feladatok segítségével fokozatosan sajátíthatják el az új ismereteket, és reményeink szerint képesek lesznek azokat önállóan is alkalmazni.

Fontos hangsúlyoznunk, hogy **nem célunk a szerencsejáték népszerűsítése**. Épp ellenkezőleg: azt szeretnénk elérni, hogy a tanulók az óra végére tisztábban lássák, hogyan működnek ezek a játékok, és felismerjék, hogy a szabályok szinte minden esetben a kaszinók (vagy más üzemeltetők) javára vannak kialakítva. Hisszük, hogy az ilyen jellegű tudás segíthet a tudatosabb, felelős döntések meghozatalában.

II. A tanóra egyes elemeinek időbeli becslése

❗ Fontos: Az egyes egységekhez rendelt számok reméljük, hogy segítenek megbecsülni, hogy az egyes feladatok hány percet vesznek igénybe. Ezek viszont csak irányadóak, érdemes a diákok tempójához igazítani, hogy végül mire, mennyi időt szánunk.

Az óra elemei	Rövid leírás	Módszer	Várható időtartam
1.	Megéri játszani?	önálló munka, megbeszélés	8 perc
2.	Kaparós sorsjegyek	önálló munka, megbeszélés	10 perc
3.	Van, hogy mégis a játékosnak kedvez?	önálló munka, tanári előadás, megbeszélés	12 perc
4.	Martingale-módszer	önálló munka, megbeszélés	14 perc
5.	Lezárás	tanári magyarázat	1 perc

A prezentáció kivetítéséhez szükség lesz laptopra és projektorra. Ezen kívül csak tábla és filc szükséges a tanórához.

III. A TANÓRA MENETE

1. Megéri játszani?

Praktikus és érdekes bevezetésnek tartjuk ha felkínálunk a diákoknak két szerencsejátékot azzal a kérdéssel, hogy a játékosnak vagy a másik félnek kedvező ez a játék. A diákokra hagynánk, hogy eldöntsék mit jelent az, hogy egy játékot „megéri" játszani. Várhatóan elő fog kerülni, hogy mindez attól függ, hogy milyen eséllyel nyer a játékos és mekkora nyereményt tudhat ekkor magáénak.

Dobókockával dobsz. 1-es vagy 4-es dobás esetén 500 Ft-ot nyersz, minden más esetben 300 Ft-ot veszítesz. Megéri-e játszani?

Megoldás: Hat lehetőségből két kedvező eset van amikor nyerünk, más szóval annak a valószínűsége, hogy 1-est vagy 4-est dobunk 2/6. Gondolhatunk erre úgy, hogy átlagosan 6 játékból 2-ben fogunk nyerni és 4-ben veszíteni.* A 2 nyert játék során 1000 Ft-ot nyerünk összesen, a 4 vesztett során pedig 1200 Ft-ot veszítünk. Így 6 játékonként átlagosan 200 Ft mínuszban leszünk, tehát nem éri meg a játékot játszani.

💡 Megj.: Itt jó ha elhangzik, hogy az, hogy 6 játékból 2-szer nyerünk nem fog minden esetben teljesülni. Viszont, ha sokszor dobunk akkor észrevehető lesz, hogy nagyjából a dobások 2/6 (vagy ⅓)-ában fogunk 1-est vagy 4-est dobni.

Az, hogy 6 játékonként 200 Ft-ot veszítünk, úgy is értelmezhető, hogy játékonként $\frac{100}{3}$ Ft-ot veszítünk. A továbbiak előkészítésében az is segíthet ha a megbeszéléskor felírjuk a $\frac{2}{6} \cdot 500 - \frac{4}{6} \cdot 300 = -\frac{100}{3}$ összefüggést.

💡 Megj.: A feladat megoldása után fel lehet tenni azt a kérdést, hogy ha egy kaszinóban játszanánk ezt a játékot akkor hogy lenne megfogalmazva a szabály. (A játék ára 300 Ft és 500 Ft-ot nyerünk 1-es és 4-es dobás esetén.)

Rulettben a 14-es számra teszel 1000 Ft-ot. Ha nyersz akkor a feltett pénzed 36-szorosát kapod, ha veszítesz akkor elveszíted a feltett összeget. Megéri-e játszani?

Megoldás: A rulettben 0-tól 36-ig vannak számok, ami 37 lehetőséget jelent. Annak az esélye tehát hogy eltaláljuk a kipörgetett számot 1/37. Gondolhatunk erre úgy, hogy átlagosan 37 játékonként egyszer fogunk nyerni. Ekkor 37-szer fizettünk ki 1000 Ft-ot, de csak 36 000 Ft-ot nyerünk, amikor tényleg a 14-esen landol a golyó. Így *1000 Ft*-tal kevesebb pénzünk lesz várhatóan mint a játék kezdete előtt. Nem éri meg tehát a játékkal játszani!

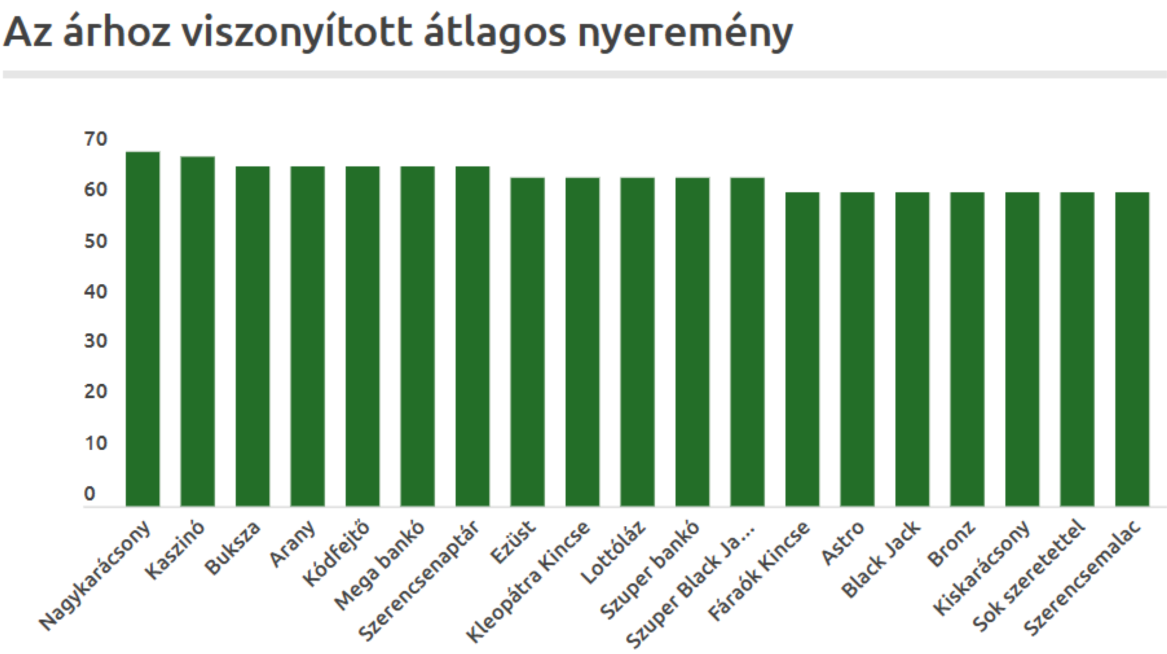
Az előző gondolatmenetre felírhatjuk az: $\frac{1}{37} \cdot 36\,000 - 1000 =- \frac{1000}{37}$ kifejezést, amiből látszik, hogy játékonként a feltett pénzünk $\frac{1}{37}$-részét veszítjük el átlagosan.

💡 Megj.: Érdekes, hogy a nulla miatt lesz kedvezőtlen számunkra a játék.

💡 Megj.: Várhatóan elő fog kerülni az az érvelés, hogy a pénzünk 36-szorosát kapjuk, így összesen az eredetinek a 37-szeresével rendelkezünk majd a játék végére. Mivel 1/37 az esélyünk a nyerésre, ezért a játék igazságos. Ezen a ponton jó, ha a diákok veszik észre a csavart: az eredeti pénzünk 37-szeresébe beleszámoltuk a kezdőtőkénket is.

2. Kaparós sorsjegyek

Vetítsük ki a kaparós sorsjegyekhez tartozó diagramot:



A függőleges tengelyen nincsen felirat, javasoljuk, hogy a diákok maguk értelmezzék a statisztikát ennek hiányában. Valószínűleg hamar elhangzik, hogy a függőleges tengelyen a számok azt jelölik, hogy a feltett pénzünk hány %-a lesz átlagosan a nyereményünk. Ezek után érdemes megkérdezni, hogy melyik a legkedvezőbb és melyik a legkedvezőtlenebb játék. Hasznos lehet feltenni azt a kérdést, hogy a statisztika készítői hogyan számolhatták ki az átlagos nyereményt. Itt megismételhetjük, hogy az egyes kimenetelek valószínűségeit súlyozzuk a kapott nyereményekkel és ezeket összeadjuk (mert egymást kizárva bármelyik bekövetkezhet). Ez rávezet a következő kérdésekre, amiknek a célja a várható érték kiszámolásának tisztázása.

Egy szerencsejátékboltban a képen látható kaparós sorsjegyet árusítod. Tudod, hogy a szelvények fele a „majd legközelebb” feliratot rejti, 30%-a „kis szerencsét”, 20%-a pedig „nagy szerencsét” hoz.
a) Neked vagy a játékosoknak nyereséges ez a játék?
b) Hány szelvényt kell eladnod, hogy várhatóan 10000 Ft bevételre tegyél szert?

A b) kérdést csak az a) kérdés megbeszélése után mutassuk meg a diákoknak.

Megoldás:

a) 1000 Ft a sorsjegy ára. 50% eséllyel a játékos nyereménye 0 Ft. Az esetek 30%-ában a játékos 1500 Ft-ot nyer, 20%-ában pedig 2000 Ft-ot. Gondolhatunk erre úgy is, hogy ha 10 játékra a játékos 10 000 Ft-ot költ, ebből 5 játékban várhatóan nem nyer, 3 játékban nyer 1500-1500 Ft-ot, tehát 4500 Ft-ot, két játékban pedig 2000-2000 Ft-ot, tehát összesen 4000 Ft-ot. A 10 játék során 10 000 Ft-ot költött, de csupán 8500 Ft-ot nyert. Így neked nyereséges a játék. Átlagosan 10 játékonként 1500 Ft-ot veszít a játékos, ami azt jelenti hogy játékonként átlagosan 150 Ft-tal lesz szegényebb.

💡 Megj.: Ismét jó, ha elhangzik, hogy nincs arra semmilyen garancia hogy az első 10 játékban éppen így fognak megoszlani a nyeremények, viszont ha elég sokszor játszunk, akkor megfigyelhető lesz, hogy a nyeremények eloszlása a megoldásban említett valószínűségekhez közelít.

Másik megközelítés, hogy az 1 játékra vonatkozó várható nyereményt számoljuk ki:

$0,5 \cdot 0 + 0,3 \cdot 1500 + 0,2 \cdot 2000 = 850$. A játék ára pedig 1000 Ft. Így 850 – 1000 = –150 Ft-ot veszít játékonként a résztvevő.

b) Az a) rész megválaszolása után már viszonylag hamar megoldható ez a kérdés. $10\,000 : 150 = 66,\dot{6}$ szelvény eladása után lesz 10 000 Ft bevételed.

1000 Ft-os áron árulsz kaparós sorsjegyeket. A sorsjegyen 3 kimenetel lehetséges, az egyik valószínűsége 0,5, a másiknak 0,3 a harmadiknak pedig 0,2. Határozd meg az egyes kimenetelekkel nyerhető összegeket úgy, hogy várhatóan 80 Ft profitod legyen szelvényenként.

Erre a feladatra többféle helyes megoldás is létezik. Itt néhány lehetőséget bemutatunk, ezekhez hasonlóan lehet további megoldásokat kapni. Jónak tartjuk, ha többen is elmondják a saját konstrukciójukat és azokat közösen ellenőrizzük, hogy megfelelnek-e a feladat feltételeinek.

Megoldás: A 80 Ft profit szelvényenként azt jelenti, hogy az átlagos nyeremény szelvényenként 920 Ft kell, hogy legyen.

Ha például a 0,5 valószínűségű kimenetel 0 Ft-ot eredményez, a 0,3 valószínűségű 3000 Ft-ot akkor eddig $3000 \cdot 0,3 = 900$ Ft a várható nyeremény. Ehhez kell még 20 Ft a harmadik esetből. $x \cdot 0,2 = 20$, amiből $x = 100$ Ft.

Ha a 0,5 valószínűségű kimenetel 1000 Ft bevételt jelent, akkor ebből várhatóan 500 Ft nyereség keletkezik. A maradék két esetből kell még 420 Ft-ot összeszedni. Legyen a 0,3 valószínűségű eset nyereménye is 1000 Ft, ebből így további 300 Ft várható nyeremény fog befolyni. Hiányzik még 120 Ft, amit úgy tudunk elérni ha a 0,2 valószínűségű eset nyereménye 600 Ft.

💡 Megj.: Itt valójában a 0,5x+0,3y+0,2z=920 3 ismeretlenes egyenletnek keressük a megoldásait az egész számok körében. Végtelen sok számhármas van, ami ezt kielégíti.

3. Van, hogy mégis a játékosnak kedvez?

Massachusetts Cash Winfall, 2010

Anélkül, hogy jeleznénk, hogy bármi turpisság van a dologban ismertessük, az egyik 2010-es massachusettsi lottó feltételeit. Itt a játékosoknak 1 és 46 között kellett hat számot eltalálniuk, a szelvények ára pedig 2$ volt. A játék különlegessége volt, hogy olyan időszakokban, amikor már régóta nem volt telitalálatos szelvény, azaz Jackpot találat, akkor a sorsolások során a hatos találatért kapható nyeremény „legördült" és szétosztódott az alacsonyabb találatok között. Ezekben a hetekben az alábbi nyereményeket lehetett bezsebelni:

- 5 találat: 22096 $
- 4 találat: 1000 $
- 3 találat: 50 $

Ezen a ponton tegyük fel a szokásos kérdést: Sok szelvényt vásárolva megéri-e ezzel a lottóval játszani?

Megoldás:

Itt is felmerülhet két, de akár három különböző megközelítés is. Ha a diákok az adott csoportban még nem tudják kiszámolni a megfelelő esetek valószínűségét, akkor egyszerűen adjuk meg ezeket a számokat.

Ha azt már tudják, hogy hány különböző szelvény létezik, és ismerik a binomiális együtthatókat, akkor az 5-találatos szelvény valószínűségét meg tudják határozni, és akkor próbálják is ezt meg, a maradék két eset valószínűségét pedig elárulja a tanár.

Ha a diákok elvileg rendelkeznek a megfelelő tudással a valószínűségek meghatározásához, akkor tegyék azt meg, például az alábbi módon:

5-ös találat: $\frac{6\cdot 40}{\binom{46}{6}} \approx 0,0000256$

4-es találat: $\frac{\binom{6}{4}\cdot\binom{40}{2}}{\binom{46}{6}} \approx 0,001249$

3-as: $\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{40}{3}}{\binom{46}{6}} \approx 0,021089$

Ezt követően kiszámítható a nyeremény várható értéke:

$$22096 \cdot 0,0000256 + 1000 \cdot 0,001249 + 50 \cdot 0,021089 = 2,869\$$$

Mivel a szelvény 2$-ba kerül, ez szelvényenként 0,869$ nyereséget jelent, tehát megéri hosszú távon játszani ezzel a lottóval.

Ezek után meséljük el az ehhez kapcsolódó, igaz történetet:

Jerry Selbee egy matematikus diplomával rendelkező nyugdíjas volt, aki egy napon elolvasta a Winfall feltételeit és felfedezte, hogy „Roll-down” esetén a játék várható értéke pozitív. Ezekben a hetekben feleségével Marge Selbeevel tömegesen elkezdték venni a szelvényeket. Rövidesen létrehoztak egy kisebb vállalkozást és befektetési csoportot ismerősökkel, így még több pénzt fordíthattak a szelvények vásárlására. Évek alatt több mint 26 millió dollárt nyertek, és 8 millió dollár profitot realizáltak. Teljesen legálisan működtek, adóztak utána, és nyilvánosan is vállalták, amit csináltak.

💡 Megj.: 2022-ben filmet készítettek róluk: Jerry&Marge Go Large címmel.

A legtöbben készpénznek veszik, hogy a lottó nem a játékosnak kedvez, így nem nagyon volt más, aki utánaszámolt volna az új feltételekkel működő massachusetts-i szerencsejátéknak. MIT (Massachusetts Institute of Technology) tanulók egy csoportja viszont szintén felfedezte a lehetőséget, és ők is komoly összeget, 17-18 millió dollárt nyertek, 3,5 millió dollár profittal.

MIT Blackjack Team

MIT diákok egy csoportja más szerencsejáték kapcsán is híressé vált. Érdekes lehet röviden elmesélni az ő történetüket is:

MIT Blackjack Team egy különleges, legendává vált csoport volt, amely az 1980-as és 1990-es években amerikai kaszinókat járt, és professzionális szinten űzte a blackjack játékot. A csapatot Bill Kaplan és J.P. Massar indította, akik MIT és Harvard diákokat, valamint alumnikat vontak be a műveletbe. Munkájuk tudományos alapokra épült: módszereiket Edward O. Thorp matematikus könyve, a *Beat the Dealer* inspirálta, amely bebizonyította, hogy a blackjack játékban a lapszámlálás révén statisztikai előnyt lehet szerezni a kaszinóval szemben.

A csapat tagjai olyan technikákat alkalmaztak, amelyekkel nyomon tudták követni a magas (10-es értékű lapok, ászok) és alacsony lapok arányát a pakliban. Amikor a számukra kedvező, magas lapokban gazdag helyzet alakult ki, jelezték egymásnak, hogy érdemes beszállni a játékba nagy tétekkel. Mindezt szervezetten, szinte egy jól működő vállalkozásként végezték: a csapat létszáma idővel elérte a 80 főt is.

A módszereik olyan sikeresek voltak, hogy 1979 és 2000 között becslések szerint körülbelül 50 millió dollárt nyertek különböző kaszinókban. Ennek hatására azonban a kaszinók fokozatosan felfigyeltek a tevékenységükre, és a csapat több tagját kitiltották ezekből a helyszínekből. Ennek ellenére a MIT blackjack csapat a kaszinójáték történetének egyik legismertebb és legintelligensebb kezdeményezésévé vált.

4. Martingale-stratégia

Mutassuk be a tanulóknak a Martingale-módszert, ami a mai napig egy széles körben népszerű szerencsejátékozási stratégiát:

A Martingale módszer egy klasszikus szerencsejáték-stratégia, amely a 18. századi Franciaországból származik. Eredetileg egy pénzfeldobós játékhoz kapcsolódott, ahol a nyerési esély 50% volt. A módszer lényege, hogy a játékos mindig ugyanarra az eredményre fogad, például fejre, és ha nyer, azonnal kiszáll a játékból a nyereséggel. Ha azonban veszít, akkor a következő körben megduplázza az előző tétet, hogy a következő győzelem ne csak fedezze a korábbi veszteségeket, hanem egy kis nyereséget is hozzon.

Miután elmondtuk a módszer lényegét, kérdezzünk rá, hogy mit gondolnak a tanulók, megéri-e ezzel a stratégiával fogadni. Első benyomásra kedvezőnek tűnhet, így várhatóan sok tanuló fog igennel válaszolni. Azt javasoljuk, hogy ezen a ponton mi még ne nyilvánítsunk véleményt, csupán kérdéseket tegyünk fel, bízva abban hogy a kérdések megválaszolását követően sokan revideálják majd eredeti álláspontjukat.

A kezdeti tétünk 1$. Mennyi pénzt veszítünk összesen, ha 10 egymást követő körben veszítünk?

Három különböző helyzet is lehetséges ezen a ponton attól függően, hogy az adott osztályban, csoportban miről volt szó korábban, illetve a tanárnak mik a tervei a mértani sorozat összegképletével kapcsolatosan.

Megoldás:

1) Már szerepelt a mértani sorozat összegképlete. Ekkor azt érdemes megvárni, hogy a diákok észrevegyék, hogy ez is egy mértani sorozat, és ennek az összegét kell meghatározniuk.

2) Nem szerepelt még mértani sorozat a tanított anyagban:

2A) A tanár jó pillanatnak tartja ezt ennek felfedezésére. Ekkor kicsit több időt érdemes erre szánni, és időnként esetleg apró segítséget adva eljutni a megoldásig:
Az elvesztett összegek:
$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 = 1023$
Jelöljük A-val a keresett összeget:
$A = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512$
Írjuk alá az összeg kétszeresét.
$2A=2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024$

Tegyük fel a kérdést, hogy mit érdemes a két sorral csinálni. Remélhetőleg lesz aki észreveszi, hogy ha az alsó sorból kivonjuk a felsőt akkor a keresett összeget kapjuk majd.

A=1024-1=1023
2B) A tanár nem tartja jó pillanatnak, hogy ezt most gondolják át általánosabban. Ekkor annyit érdemes mondani, hogy nézzék meg a diákok a kisebb eseteket, vagyis, ha 1, 2, 3, … körben veszítünk sorozatban, akkor összesen mennyit veszítünk az egyes esetekben. Látva a számokat, próbálják meg észrevenni a mintát, és megfogalmazni az általános állítást. (Erősítsük meg őket, hogy a sejtés helyes, de a bizonyításra később kerül sor.)

A kezdeti tétünk 1$. Mennyi pénzt nyerünk ha a 101. körben nyerünk először?

Megoldás: Ha a 101. körben nyerünk először, az azt jelenti, hogy sorban 100 körben veszítettünk. Számoljuk ki először az elvesztett összeget:

$A = 1 + 2 + 4 + ... + 2^{99}$

$2A = 2 + 4 + 8 + ... + 2^{99} + 2^{100}$

Az alsó sorból kivonva a felsőt:

$A = 2^{100} - 1$ az elvesztett pénzünk.

A 101. körben nyert pénzösszeg: 2^{100}.

A profitunk tehát: $2^{100} - (2^{100} - 1) = 1$$.

Szerencsés, ha itt van valaki, aki észreveszi, hogy az 1$-os profit nem függött attól, hogy hányadik körben nyertünk. Ha nincs ilyen tanuló, akkor érdemes rákérdezni, hogy mi lett volna a profit, ha először a 11. vagy az 1001. körben nyerünk. Ez rávezet a következő kérdésre:

Hányszor kéne a stratégiát alkalmazni, hogy 1 millió $-t nyerjünk?

Megoldás: Az előző feladatban láttuk, hogy körönként 1$-t nyerhetünk, így 1 milliószor kellene a folyamatot lefolytatni.

> 💡 *Megj.: Felmerülhet az is, hogy ha nem 1$ a kezdőtét, akkor a stratégiát elég kevesebbszer alkalmazni. Ekkor viszont a potenciális veszteségeink is rendre megnőnek.*

A további kérdések a stratégia kicsit más aspektusát járják körbe:

Mennyi az esélye, hogy ha 100$ vagyonom van, akkor minden pénzem elveszítem?

Megoldás: 1$ elveszítésének az esélye $\frac{1}{2}$. 2$-t akkor veszítünk ha zsinórban kétszer rosszul tippelünk. Ennek az esélye: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

💡 *Megj.: Korábban a tanulók feltehetően nem hallottak független eseményekről, így ha szükséges akkor ezt kicsit részletesebben is magyaráznánk: összesen 4 fej-írás kombináció készíthető, amiből csak 1 olyan van ahol mindkét tippünk rossz.*

Hasonlóan 4$ elveszítésének az esélye $\left(\frac{1}{2}\right)^3$, hiszen ehhez 3-szor kell egymás után rossz tippet adnunk.

Ha zsinórban 6-szor veszítünk, akkor még „csak” 63$-t vesztettünk, de ha 7-szer, akkor már 127$-at, így ekkorra már elfogy a pénzünk.

Sorozatban 7-szer kell ahhoz veszítenünk, hogy elfogyjon 100$-os vagyonunk. Ennek a valószínűsége: $\left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{1}{128}$.

Mennyi az esélye, hogy ha 100$ vagyonom van, 1$-t nyerek?

Megoldás: Korábbi feladatnál megbeszéltük, hogy ha nyerünk akkor mindenképpen 1$ lesz a nyereményünk. Így a játéknak két kimenetele van. Vagy elveszítem a vagyonomat, vagy 1$ nyereséget realizálok. Az előbb kiszámoltuk, hogy annak az esélye, hogy elveszítem a vagyonomat $\frac{1}{128}$. Minden más esetben 1$-ral távozom, ennek valószínűsége tehát $\frac{127}{128}$.

Itt érdemes kicsit megállni és levonni a feladatok tanulságát:

- Nagy eséllyel fogok 1$-t nyerni, de ha nem ez történik, akkor sokkal nagyobb összeget (100$-t) fogok elveszíteni. Ez nagy kockázatot jelent!
- A stratégia akkor működne, ha végtelen sok pénzem lenne, tehát nem volna reális esély arra, hogy bekövetkezik egy olyan vereségsorozat, amivel minden pénzemet elveszítem.

Opcionális kiegészítés

A további két feladatot opcionálisnak gondoljuk, ha marad rá idő az óra végén:

100$ vagyonnal, mennyi az esélye annak, hogy megduplázom a pénzem és zsinórban 100-szor nyerek 1$-t?

Megoldás: Korábban kiszámoltuk, hogy annak az esélye, hogy 1$-t nyerek 100$ vagyonnal, 1$-os kezdőtéttel $\frac{127}{128}$. Zsinórban 100 körben kellene nyernünk, hogy vagyonunkat megduplázzuk. Így a keresett valószínűség $\left(\frac{127}{128}\right)^{100} \approx 0,4564$.

Itt érdemes megjegyezni, hogy 50%-nál kisebb annak az esélye, hogy megduplázzuk a pénzünket és 50%-nál nagyobb az, hogy minden vagyonunkat elveszítjük.

Hogy változnak az esélyeim ha a kezdő tét szintén 1$, de nagyobb vagyonom van? (1023$, 16 383$, 131 071$)

Megoldás: 1024$ kezdőtőke esetén annak a valószínűsége, hogy elveszítjük a pénzünket $\left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$, hiszen zsinórban 10-szer kell veszítenünk. Annak a valószínűsége tehát, hogy 1$-t nyerünk: $\frac{1023}{1024}$. A pénzünk megduplázásához 1024-szer kell sikeresen alkalmaznunk a stratégiát: Ennek az esélye $\left(\frac{1023}{1024}\right)^{1024} \approx 0,36769$

16384$ a kettőnek a 14. hatványa, így zsinórban 14-szer kell veszítenünk a vagyonunk teljes elveszítéséhez. Ennek a valószínűsége: $\left(\frac{1}{2}\right)^{14} = \frac{1}{16384}$. Hogy vagyonomat megduplázzam a stratégiát 16384-szer kell sikeresen alkalmazni, ennek az esélye pedig: $\left(\frac{16383}{16384}\right)^{16384} \approx 0,36787$

131 072$ a kettőnek a 17. hatványa, így zsinórban 17-szer kell veszítenünk a vagyonunk elveszítéséhez. Ennek a valószínűsége: $\left(\frac{1}{2}\right)^{17} = \frac{1}{131\,072}$. Hogy a vagyonomat megduplázzam a stratégiát 13107-ször kell sikeresen alkalmazni, ennek az esélye pedig: $\left(\frac{131071}{131072}\right)^{131072} \approx 0,36788$

Észrevehetjük, hogy ezek az értékek egyre kevesebbet változnak.

Minél nagyobb kettőhatványt veszünk, annál közelebb lesz ez az érték a 0,367879…-hez.

💡 *Megj.: Érdekesség, hogy a π melletti másik híres irracionális szám az e=2,7182… -nek ez az érték pont a reciproka. Ennek magyarázata túlmutat az óra anyagán, 11. fakultáción esetleg előkerülhet.*

Tehát ha hatalmas nagy vagyonunk lenne akkor sem lesznek az esélyeink a pénzünk megduplázására jobbak mint 40%.

5. Lezárás

Az óra végén hasznosnak tartjuk, ha összefoglaljuk a legfőbb tanulságokat:

Vannak ugyan kivételes esetek amikor a rendszert sikerült kijátszania néhány embernek, de ezek ritka alkalmak. Alapvetően a a szerencsejátékok úgy lettek megalkotva, hogy azzal a játékos hosszú távon veszítsen. Fontos, hogy azt is tudatosítsuk, hogy 1-1 olyan stratégia, ami elsőre kecsegtetőnek tűnik, könnyen lehet hogy hosszú távon nagy veszteségekhez vezet.

Reméljük, hogy az óra után jobban átlátják a játékok működésének hátterét és megértik majd a tanulók, hogy a szerencsejáték a pénzkeresésnek nem egy egyszerű és biztos módja.