Tanári útmutató

Milyen egy jó térkép?

Babus Réka, Juhász Péter

I. ÁTTEKINTÉS

Bár a digitális térképek egyre inkább kiszorítják a papíralapúakat, továbbra is életünk részei maradtak. Ha az utcán járókelőket megkérdeznénk arról, hogy mi a térkép, valószínűleg olyan válaszokat kapnánk, mint például: „a valóság kicsinyített mása”. Az biztos, hogy kevesen gondolnak a térképre úgy, mint egy függvényre.

Az óra első felében erre a kapcsolatra szeretnénk rávilágítani, bízva abban, hogy ezáltal a tanulók függvényfogalma is gazdagodik, és nagyobb eséllyel tudnak elszakadni attól a gondolattól, hogy függvények csupán a koordinátarendszerben léteznek.

Ezt követően azt vizsgáljuk meg, hogy hogyan lehet egy gömbfelületet síkba leképezni. Bemutatunk néhány vetítési módszert, majd a gyakran használt Mercator-vetületre fókuszálunk. Kiemeljük az okát, hogy miért terjedt el, illetve különféle feladatok és ábrák segítségével igyekszünk megmutatni a térkép hiányosságait is: a távolságok és területek torzulását.

Felmerülhet a kérdés, hogy miért nem használunk olyan térképet, amely egyáltalán nem torzít. Az óra lezárásaként eláruljuk, hogy matematikai értelemben egy ilyen térkép elkészítése lehetetlen. Ennek átfogó bizonyítása túlmutat a középiskolai tanulmányokon, ennek ellenére bízunk benne, hogy a tanóra így is tanulságos lesz a tanulók számára, és a jövőben, amikor térképet látnak, más szemmel tekintenek majd rá, valamint kevésbé dőlnek be a térképek olykor csalóka tulajdonságainak.

II. A tanóra egyes elemeinek időbeli becslése

❗ Fontos: Az egyes egységekhez rendelt számok reméljük, hogy segítenek megbecsülni, hogy az egyes feladatok hány percet vesznek igénybe. Ezek viszont csak irányadóak, érdemes a diákok tempójához igazítani, hogy végül mire, mennyi időt szánunk.

Az óra elemei	Rövid leírás	Módszer	Várható időtartam
1.	Mi a térkép?	Beszélgetés, tanári előadás	8 perc
2.	Hogyan készítsünk térképet?	Tanári előadás, kérdezve kifejtés	7 perc
3.	Távolságok a Mercator vetületen	Játék, plenáris megbeszélés	15 perc
4.	A Mercator vetület területtartása	Tanári előadás, kérdezve kifejtés	7 perc
5.	Nem létezik tökéletes térkép	Tanári előadás, kérdezve kifejtés	3 perc
6.	Lezárás	Tanári előadás, kérdezve kifejtés	5 perc

A prezentáció kivetítéséhez szükség lesz laptopra és projektorra, a tanulóknak pedig mobiltelefonra. Ezen kívül csak tábla és filc szükséges a tanórához.

III. A TANÓRA MENETE

1. Mi a térkép ?

A térkép, mint egy függvény

Az órát egy látszólag banális kérdéssel indítjuk: Mi a térkép?

Feltételezzük, hogy lesznek tanulók, akik valamilyen, földrajzórán tanult definícióval válaszolnak, például: „a valóság kicsinyített mása” vagy „a Föld felszínének síkbeli ábrázolása”. Ezzel párhuzamosan intuitív, hétköznapi válaszokra is számítunk, mint például: „egy eszköz a tájékozódáshoz”. Miután többféle megfogalmazás is elhangzott, egy ponton azt javasoljuk, hogy minden további megjegyzés nélkül vetítsük ki a következő tényt: „A térkép egy függvény.”

Véleményünk szerint ez az állítás elsőre meglepő lehet, és a korábban elhangzottaktól jelentősen eltérő megközelítést kínál. A kezdeti rácsodálkozás után kérjük meg a tanulókat, hogy indokolják meg, miért tekinthetjük a térképet függvénynek, majd közösen gondoljuk végig a térképek főbb jellemzőit a függvények szempontjából.

💡 Megjegyzés: Úgy érezzük, hogy csak nagyon erőltetetten sikerülne rávezetni a tanulókat erre az észrevételre, ezért is gondoljuk úgy, hogy praktikusabb ezt tényként közölni velük.

Adja magát a kérdés, hogy a térkép mit mire képez le. Feltételezhető, hogy viszonylag gyorsan megszületik az a válasz, miszerint térbeli pontokat — a Föld felszínének pontjait — síkbeli pontokba visz át. Az a gondolat, hogy erre a leképezésre úgy is tekinthetünk, mint amely számpárokat számpárokba visz át, már kevésbé magától értetődő. Ezen a ponton érdemes rákérdezni arra, hogy milyen számpárokkal írhatók le a kiindulási pontok. Várhatóan ekkor kerülnek elő a földrajzi szélességi és hosszúsági fokok.

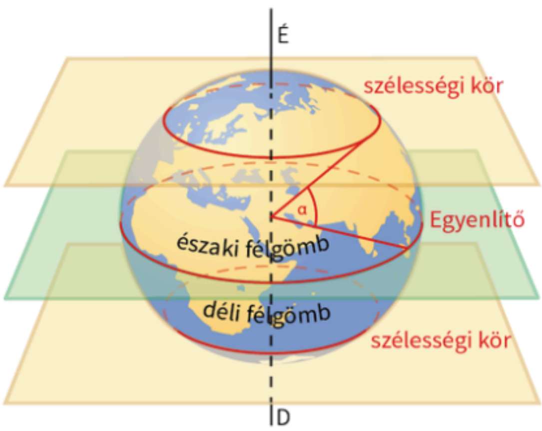
💡 Megjegyzés: A hosszúsági és szélességi fokokat a következő dián egy ábrán is megmutatjuk.

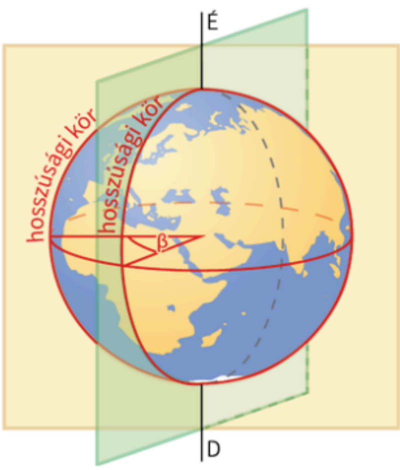
A beszélgetés során lényegében már meghatároztuk az értelmezési tartományt és az értékkészletet is. Az értelmezési tartomány lehet a gömbfelület, illetve ennek megfelelően a földrajzi szélességi és hosszúsági fokok által meghatározott koordinátapárok halmaza. Ebben a kontextusban szépen kirajzolódik a képhalmaz és az értékkészlet közötti különbség. A képhalmazra gondolhatunk úgy, mint arra a síkbeli területre (például a papírlap egészére), amelyen a térkép elkészül, illetve matematikai értelemben mint a lehetséges valós számpárok halmazára. Ezzel szemben az értékkészlet csupán maga a térkép a lapon, vagyis azok a koordinátapárok, amelyek ténylegesen előfordulnak a leképezés során a Föld egy pontjának képeként.

Amennyiben nem mi szeretnénk ezt a különbséget bemutatni, praktikus lehet megkérni a tanulókat, hogy nevezzék meg egy térképnek olyan elemét, amely eleme a képhalmaznak, de nem eleme az értékkészletnek. Ilyen lehet például a térkép margója, vagy a lap széle.

💡 Megjegyzés: Ha a tanulóknak nincs emléke a képhalmaz és az értékkészlet közötti különbségről, akkor érdemes mérlegelni, hogy erre szeretnénk-e kitérni. Egyrészt tanulságos lehet a különbség megértésére, másrészt ekkor előbb magukat a fogalmakat kéne alaposabban tisztázni, ami mindenképpen időt vesz el.

Szélességi és hosszúsági fokok





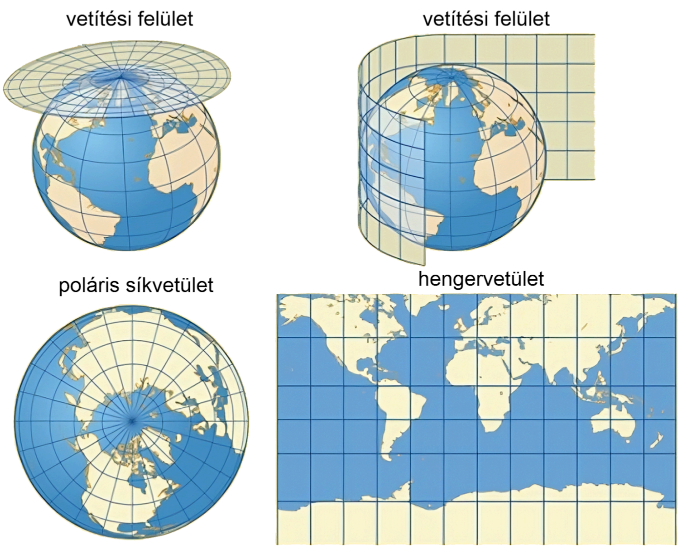
A fenti ábrák segítségével arra biztatjuk a tanulókat, hogy idézzék fel a szélességi és hosszúsági körök fogalmát. Rákérdezhetünk arra, miért nevezzük ezeket szélességi, illetve hosszúsági fokoknak, és milyen szög alapján definiáljuk őket. A válaszok akkor is leolvashatók az ábrákról, ha a diákok esetleg már nem emlékeznének pontosan ezekre a fogalmakra.

Kapcsolódó kérdésként felmerülhet, hogy melyik a leghosszabb szélességi, illetve hosszúsági kör. A kérdés szándékosan beugratós: míg az Egyenlítő a leghosszabb szélességi kör, addig a hosszúsági körök között nincs különbség méretben, mindegyik azonos hosszúságú. Ebből természetesen adódik, hogy az Egyenlítőt tüntetjük ki és tekintjük a 0. szélességi körnek. Az azonban már kevésbé egyértelmű, hogy mit válasszunk 0. hosszúsági körnek; feltehetően a tanulók megemlítik, hogy ezt a greenwichi kezdő hosszúsági kör határozza meg.

💡 Megjegyzés: Sokáig nem volt egységes megállapodás, hogy mi legyen a kezdő hosszúsági kör. Az ókori Görögországban Rodosz volt, a középkorban többször az Atlanti-óceánba a Kanári- vagy az Azori-szigetekhez tették. Néhány francia térképen Párizs, német térképeken Berlin, oroszokon Szentpétervár. Magyar Földgömbön volt olyan, ahol a budai csillagvizsgáló a kezdő hosszúsági kör. Végül 1884-ben a washingtoni Meridián Konferencián megállapodtak, hogy a greenwichi délkör lesz az egységes.

Hogyan készítsünk térképet?

Nem magától értetődő, hogy miként érdemes a gömb felszínét egy síkbeli felületre leképezni. Erre számos szokványos és kevésbé szokványos megközelítés létezik; ezek közül két, gyakran előforduló példát mutatunk be.

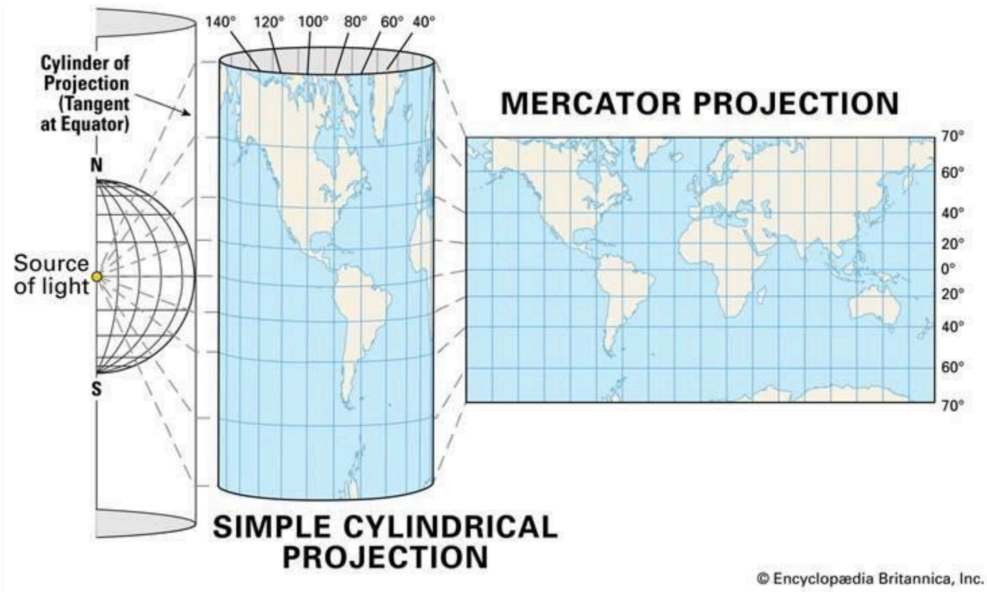


Az első ábrán egy olyan vetítést láthatunk, amelyben a Föld felületét egy, a gömböt érintő síkra vetítjük. Jól megfigyelhető, hogy minél távolabb helyezkedünk el az érintési ponttól, annál nagyobb mértékű a torzulás, ami szemléletesen mutatja ennek a vetítési módnak a korlátait is.

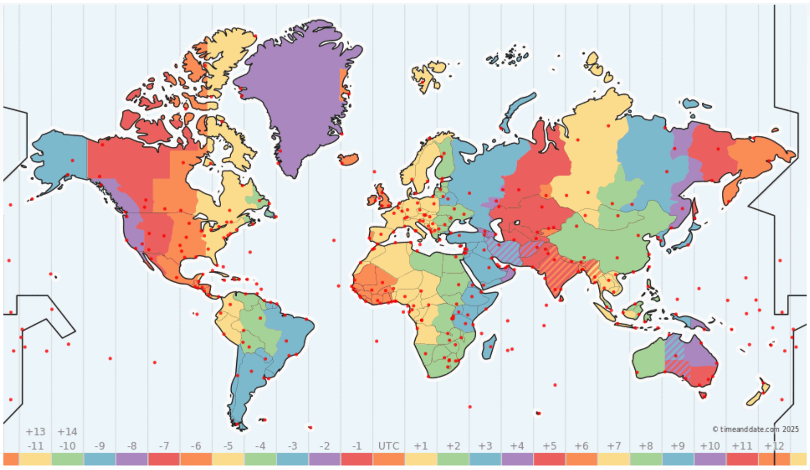
💡 Megjegyzés: Kézenfekvő felvetés, hogy a hosszúság feleljen meg az x koordinátának, a szélesség pedig az y-nak. Ez egy létező vetület, amelynek a neve négyzetes hengervetület. Ez se nem szögtartó, se nem területtartó, hanem ún. általános torzulású vetület. Érdekessége, hogy nem lehet előállítani a térben egy geometriai vetítés segítségével.

A gyakorlatban találkozunk olyan megoldással is, amikor nem közvetlenül egy síkra, hanem egy, a gömböt érintő (vagy metsző, esetleg nem is metsző) hengerfelületre vetítünk. Utána a henger palástját ki tudjuk teríteni, így egy síkbeli ábrát kapunk. (Az is egy lehetőség, hogy egy kúp palástjára vetítünk, azt is ki tudjuk teríteni, ha egy alkotó mentén felvágjuk, de ezt idő hiányában nem tárgyaljuk.)

A leghíresebb hengervetület a Mercator-vetület, amelynél a gömb középpontjából indított egyenesek segítségével képezzük le a pontokat a hengerfelületre. Ez az egyik leggyakrabban használt térképvetület; sokszor, amikor világtérképre gondolunk, ez jelenik meg a lelki szemeink előtt.



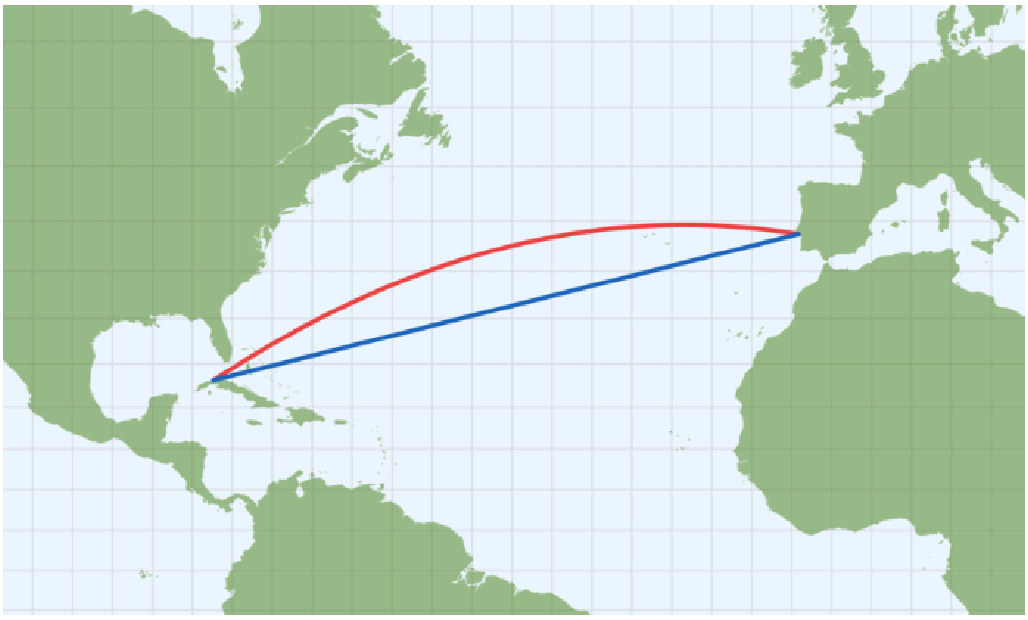
Példának mutatunk egy olyan időzóna-térképet, amely szintén Mercator-vetületet használ.



💡 Megjegyzés: Ezen a ponton még érdemes megemlíteni, hogy az időzónák ábrázolására praktikus a Mercator-vetület, hiszen az országok alakját megtartja, az elméleti időzóna-határok pedig függőleges egyenesek.

Egyenesek a Földgömbön és a Mercator-vetületen

A következőkben mutatunk két helyet a térképen, amik össze vannak kötve egy kék egyenessel, illetve egy piros görbe vonallal.

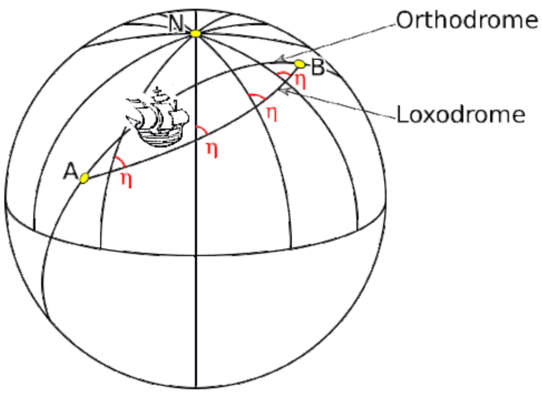


Kérjük meg a tanulókat, hogy értelmezzék a vonalakat. A pirosról feltehetően hamar megjegyzik, hogy ha egyik helyről a másikra repülnénk, akkor ez lenne a valóságban a legrövidebb útvonal. (A két pontot tartalmazó főkör mentén haladva.) A kék szakaszt pedig a két pont térképen való összekötéséből kapjuk.

Ezen a ponton gyakran felmerül az az intuitív elképzelés, hogy ha valaki a térképen egyenes vonal mentén indul el, akkor a valóságban is a legrövidebb, azaz főkör menti úton fog haladni. Fontos hangsúlyozni, hogy ez a Mercator-vetület esetén sem így van és általában sem helyes ez az elképzelés. A Mercator-vetületben egyenes vonalként Megjelenő útvonal a valóságban nem főkör, hanem egy ún. loxodróma.

💡 Megj.: Nem tartjuk lényegesnek, hogy a loxodróma elnevezés elhangozzon.

A loxodróma olyan görbe a gömb felszínén, amely minden pontjában azonos szöget zár be a hosszúsági körökkel, vagyis az északi iránnyal. Ez azt jelenti, hogy aki ilyen útvonalon halad, annak nem kell folyamatosan változtatnia az irányát sz északi irányhoz képest. Ez korábban nagy jelentőséggel bírt, hiszen iránytű segítségével az északi irányt tudták pontosan mérni. (A mágneses északot, nem a földrajzit, de erre sem térnénk ki idő hiányában.) Ezzel szemben a főkör mentén haladó út ugyan a legrövidebb, azonban az iránya folyamatosan változik, így egy ilyen út követése iránytű segítségével állandó korrekciót igényelne, amely komoly nehézség volt a nagy felfedezések korában.



A Mercator-vetület egyik legfontosabb tulajdonsága, hogy szögtartó: megőrzi a szögeket, és így az irányokat is. Ennek következtében az állandó irányt tartó útvonalak — azaz a loxodrómák — egyenes vonalakként jelennek meg a térképen. Ez magyarázza, hogy a kék egyenes a Mercator-vetületű térképen nem a legrövidebb utat, hanem az északi iránnyal állandó szöget bezáró útvonalat ábrázolja.

Ez a tulajdonság tette a Mercator-vetületet különösen praktikussá a hajózásban. A hajós számára ugyanis sokkal egyszerűbb egy állandó irányt tartani, mint folyamatosan változtatni a haladási irányt, még akkor is, ha ez az út valamivel hosszabb.

A Mercator-vetületet megelőzően a hajózásban legtöbbször portolán térképeket használtak.

A portolán térképek a középkor végén jelentek meg, és elsősorban a partvonalak, kikötők és tengeri útvonalak ábrázolására szolgáltak. Ezeknek a térképeknek a legjellegzetesebb eleme a középpontokból kiinduló, sűrű vonalhálózat. A vonalak különböző irányokat jelölnek, és azt segítették, hogy a hajós az iránytű segítségével meghatározott irányt tartson. A portolán térképek nem egy matematikailag egzakt vetítésen, hanem tapasztalati úton alapultak, mégis jól használhatók voltak, mert a kis területeken belüli irányokat viszonylag pontosan megőrizték.

Távolságok a Mercator-vetületen

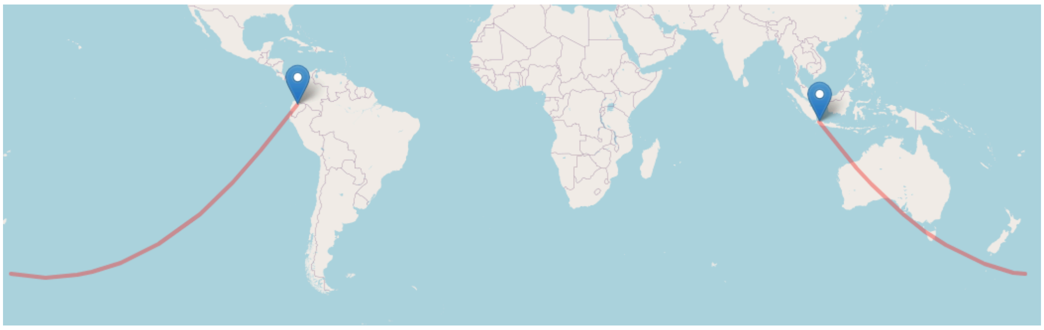
Miután világossá vált a Mercator-vetület praktikussága, kicsit más szempontból szeretnénk megvizsgálni azt. Mennyire pontosan képezi le a valóságbeli távolságokat? Mindezt egy játékon keresztül próbáljuk bemutatni.

A játék leírása: megadunk két pontot (várost) az alábbi térképen, közöljük továbbá, hogy az Egyenlítőn pirossal megjelölt szakasz 3000 km hosszúságú a valóságban. A diákok feladata annak megtippelése, hogy a a térképen megadott két város milyen távol van egymástól. A válaszaikat ezen a linken küldhetik be:
https://vizilo11.github.io/Mercator/Mercator_Guessing.html.
Azért praktikus a honlapon tippelni, mert így a játék végén azonnal kiértékeli a program a tanulók tippjeit.

💡 Megj.: Amennyiben vannak erre fogékony diákok, a pontok elhelyezkedése alapján magukat a városokat is megtippelhetik, ez azonban a távolság meghatározása szempontjából nem releváns.

Az első feladvány Quito (Ecuador fővárosa) és Jakarta (Indonézia fővárosa) távolságának meghatározása.

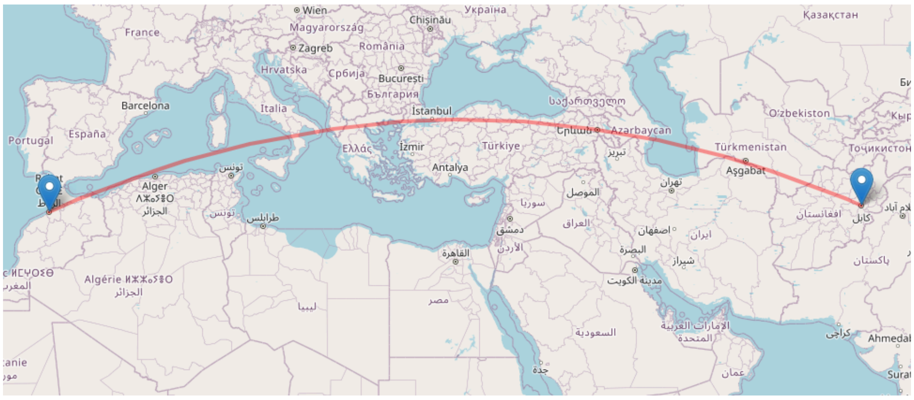
Adja magát a gondolatmenet, hogy ha a piros szakasz hossza az egyenlítőn 3000 km, akkor a téglalapok vízszintes oldalai körülbelül 3300 km-nek felelnek meg. A két város távolsága vízszintesen közel 6 téglalap, így a 19 800 km reális becslésnek tűnhet. Ez viszonylag kis eltérés a valóságbeli 19 090 km-hez képest. Érdekes, hogy a legrövidebb út Jakartából kelet felé indulva érhető el. Ez a számításban nem jelent lényegi eltérést, mivel a két útvonal hossza kelet és nyugat felé közel azonos. Ha valaki ezt észreveszi, ebből is adódik a 20 000 km-hez közeli becslés, hiszen az Egyenlítő hossza kicsit több mint 40 000 km.



A második feladvány Kabul (Afganisztán) és Rabat (Marokkó) távolságának meghatározása.

Természetesen adódik az előzőhöz hasonló érvelés: a távolság közel 2,5 téglalapnyi egység, így körülbelül 8200 km adódik. Meglepő módon a valóságban ez mindössze 6800 km. Az előző feladatnál jól működő gondolatmenet, itt jelentősebb eltéréshez vezetett. Fontos különbség az előző feladványhoz képest az, hogy a két város távolabb helyezkedik el az Egyenlítőtől. A közöttük lévő tényleges távolság így lényegesen kisebb, mint az Egyenlítő mentén.

💡 Megjegyzés: Mondhatjuk a diákoknak, hogy párokban gondolkozzanak az eltérés lehetséges okán, és ezt próbálják beépíteni a következő válaszaikba. Azt javasoljuk viszont, hogy azt hogy miért torzulnak a távolságok ahogy távolodunk az egyenlítőtől, csak a játék végén göngyülítsük fel. Bízunk benne, hogy addigra már sokan megsejtik, hogy mi van a jelenség hátterében.

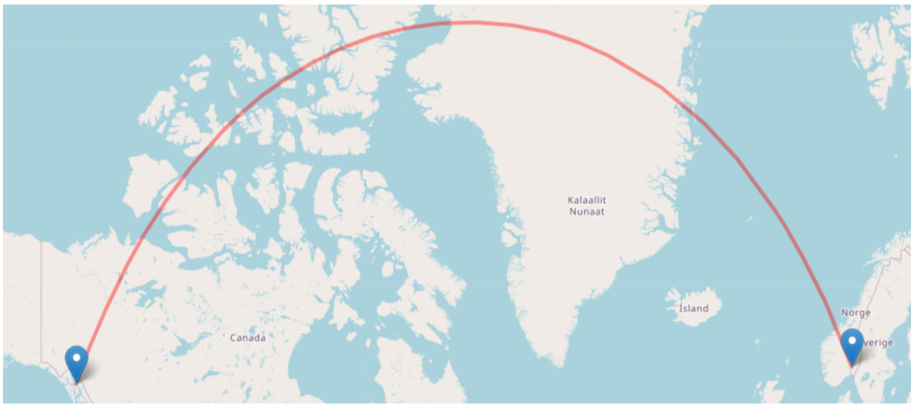


💡 Megjegyzés: A légvonalbeli utak rajzai is segíthetnek a jelenség megértésében.

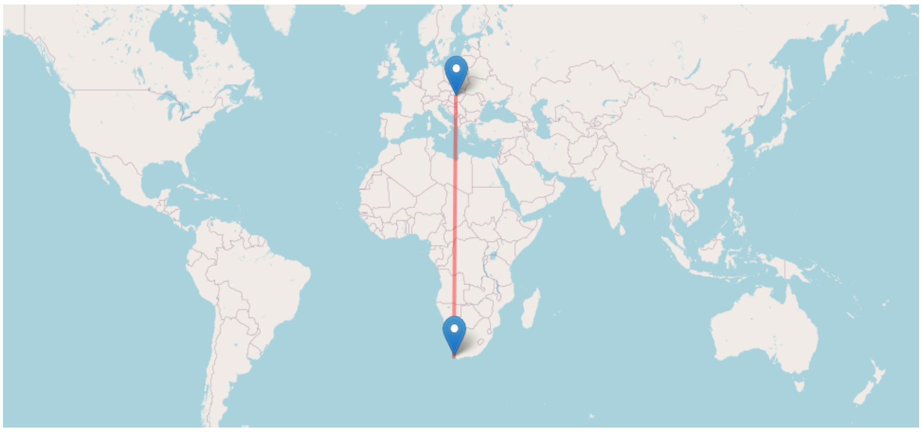
A harmadik feladványban Oslo (Norvégia) és Juneau (Alaszka) távolságának a meghatározásával folytatjuk a játékot.

A vízszintes távolság közel négy és háromnegyed téglalapnyi. Ezt 3300-szal szorozva megközelítőleg 15 600 kilométert kapunk. Ha tanultunk az előző példából, sejthetjük, hogy a valóságban ez a távolság kevesebb lesz. Talán meglepő, hogy mennyivel: a tényleges távolság csupán 6524 km.

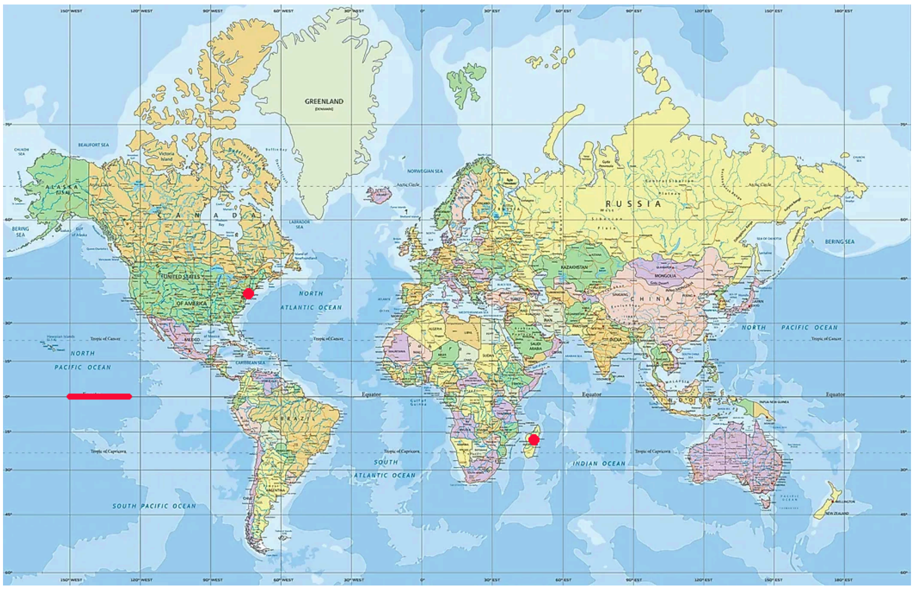
A légvonalbeli útvonal ismét beszédes: jól érzékelhető belőle, hogy az egyenlítőtől eltávolodva egyre „kisebb” körök mentén mozgunk.

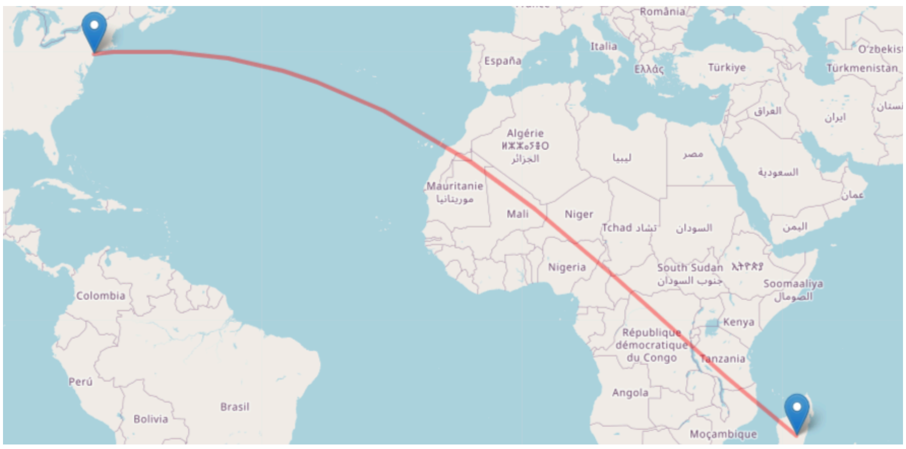


A negyedik feladvány eltér az előzőektől: Budapest és Fokváros (Dél-afrikai Köztársaság) távolságát kell meghatározni. Ebben az esetben már nem a szélességi, hanem a hosszúsági körök mentén haladunk. A téglalapok függőleges oldalai közel 1500 km lehetnek az Egyenlítő közlében, a távolság pedig körülbelül 5,5 téglalap. Ebből 8200 km adódik. Nem tévedtünk sokat a valóságbeli 9054 km-hez képest. Ez eltérés abból adódik, hogy a hosszúsági körök mentén az egységek mérete nem állandó, vagyis a téglalapok magassága változik.



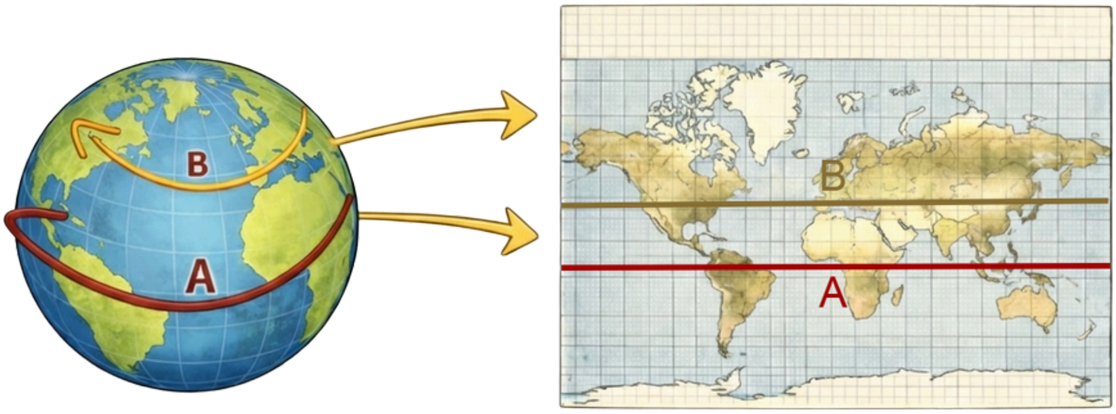
Végül, de nem utolsó sorban New York és Antananarivo (Madagaszkár) távolságát vizsgáljuk. Ez az eset azért különleges, mert itt már nem kizárólag a hosszúsági vagy a szélességi körök mentén haladunk. A tényleges távolság 14 001 km.





Az utolsó tipp beküldését követően a tanulók megkapják eredményeiket. Minden esetben kiszámítjuk, hogy a tippjuk hány százalékkal tér el a helyes választól, és ennek az öt darab százalékos eltérésnek az összege a végeredmény. A legkisebb számot elért tanuló lesz így a játék győztese.

A játék végén érdemes értelmezni a felmerült észrevételeket. Jó, ha először a diákok maguktól próbálják megmagyarázni az eltérések lehetséges okait, majd érdemes az alábbi ábrát megmutatni nekik.



Az ábrán jól látható, hogy A és B szakaszok hossza a Mercator-vetületen megegyezik, míg a gömbön B egy kisebb sugarú körívre illeszkedik, így biztosan egy rövidebb távolságot jelent. Világos, hogy ahogy távolodunk az Egyenlítőtől, úgy torzulnak egyre inkább a távolságok.

A függőleges irányú torzulást jobban megérthetjük, ha visszatérünk az ábrához, amely a Mercator-vetület képzését szemlélteti. Megfigyelhető, hogy minél közelebb kerülünk a sarkokhoz, a távolságok középpontosan egyre inkább felnagyítódnak.

A Mercator-vetület területtartása

Az órát egy gyors szavazással folytatnánk. A térképet látva mit gondolnak a tanulók: hányszorosa Afrika területe Grönland területének?

Meglepő lehet, hogy Afrika a valóságban körülbelül tizennégyszer nagyobb Grönlandnál, a térképen mégis közel azonos nagyságúnak tűnnek.

Itt javasoljuk, hogy a https://thetruesize.com/ weboldal segítségével mutassuk meg, mekkora Grönland tényleges területe, ha az Egyenlítő közelébe „mozgatjuk”.

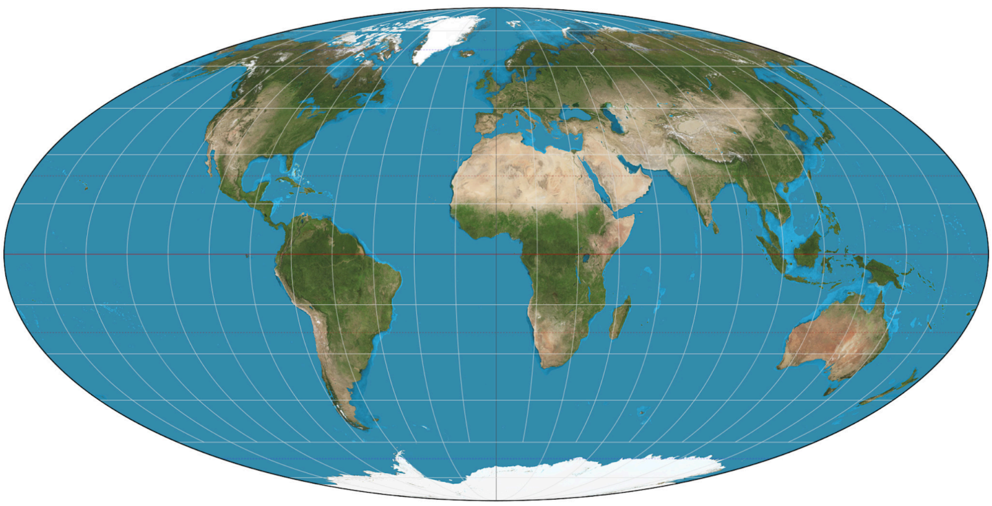
Ezen a ponton könnyen lehet, hogy a diákoktól érkezik javaslat, hogy melyik országokat hasonlítsuk össze. Ezzel együtt összegyűjtöttünk néhány példát arra az esetre, ha esetleg maguktól nem mondanak ilyeneket a tanulók:

- Chile Európához viszonyítva
- a Kongói Népi Demokratikus Köztársaság és Közép-Európa összehasonlítása
- Magyarország a brazil esőerdőhöz és az Egyesült Államokhoz viszonyítva

A diasor végére betettük az alábbi képeket, hogy aki szeretné, az ki tudja vetíteni őket. Praktikusabbnak gondoljuk azonban, ha a tanulók a weboldal segítségével látják, hogy hogy nő vagy csökken egy ország képe annak függvényében, hogy milyen távol kerül az Egyenlítőtől.

Az előbbi példákból jól látható, hogy minél távolabb helyezkedünk el az Egyenlítőtől, annál erősebben torzítja a területeket a Mercator-vetület. Ez a távolságok torzulásának függvényében már nem olyan meglepő, és az is logikus, hogy a terület torzulása nagyobb mértékű lesz mint a távolságoké, hiszen ez négyzetes arányban történik.

Felmerül a kérdés, hogy létezik-e olyan térképvetület, amely területtartó, vagyis a valóságban azonos területű részek a térképen is azonos területűek. Sok ilyen vetület létezik, az egyik legismertebb az 1805-ből származó Mollweide-vetület, ami Karl Mollweide munkája. Ez egy területtartó, képzetes hengervetület. Azért hengervetület, mert a szélességi körök képei párhuzamos szakaszok, és azért képzetes, mert nem hozható létre tényleges geometriai vetítéssel.



Nem létezik tökéletes világtérkép

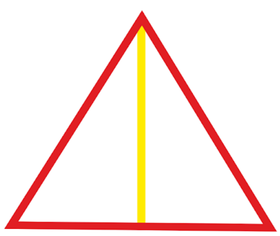
Ha korábban nem, ezen a ponton már biztosan felmerül a kérdés: miért nem használunk olyan világtérképet, amely nem torzítja sem a távolságokat, sem területet, sem a szögeket?

A magyarázat viszonylag egyszerű: ilyen térkép nem készíthető. Ennek bizonyítása azonban már korántsem triviális, a középiskolai tanulmányokon messze túlmutat. Átfogó magyarázatot a Gauss-féle görbülettétel (Theorema Egregium) ad, amely igazolja, hogy nem létezik ilyen vetület.

Elemi eszközökkel ugyanakkor belátható, hogy egy nyolcadgömbnél nagyobb területet nem lehet a síkba távolságtartóan leképezni. Ha az óra végén marad idő, erre ki lehet térni, de nem érezzük feltétlen szükséges elemnek a tanórában.

Bizonyítsuk be, hogy egy nyolcadgömbnél nagyobb területet nem lehet a síkba távolságtartóan leképezni.

Megoldás: Vegyünk a gömbön egy olyan háromszöget, amelynek egyik csúcsa az Északi-sark, a másik két csúcsa (mondjuk A és B) pedig az egyenlítőn található úgy, hogy ennek a két pontnak a távolsága megegyezik az Északi-sark Egyenlítőtől vett távolságával (a gömb felületén mérve). Így egy olyan háromszöget kapunk, amelynek minden oldala egyenlő hosszúságú, és minden szöge derékszög. Ez a gömbön egy szabályos háromszög.



Vizsgáljuk meg, hogy mi lesz ennek a három pontnak a képe a síkban. Ha a leképezés távolságtartó, akkor ezek egy szabályos háromszöget alkotnak a síkban. Tekintsük még AB felezőpontját (F) az Egyenlítőn. Hol lesz ennek a képe a térképen. Egyrészt A-tól és B-től egyenlő távolságra, vagyis a felezőmerőlegesükön. Másrészt ugyanolyan távolságra van az Északi-sark képétől, mint A és B, vagyis rajta lesz az Északi-sark középpontú megfelelő köríven. Ez viszont azt jelenti, hogy van olyan pont a térképen, amely egyenlő távolságra van A-tól és B-től, és közelebb van mindkettőhöz, mint F. Ez viszont ellentmondás, mert ilyen pont nincsen.

Ha az óra végére beillesztjük ezt a feladványt, akkor adja magát az észrevétel, hogy mennyia a bejelölt gömbi háromszög szögeinek az összege. Látható, hogy ebben a háromszögben három derékszög található, így a szögösszeg meglepő módon 270 fok. Azt is észrevehetjük, hogy a gömbi háromszögeknek nincs állandó szögösszegük: csupán annyit mondhatunk, hogy 180 és 540 fok között változik. Ezt jó lezárásnak érezzük, hiszen előrevetíti azt a gondolatot, hogy azok a tények, amelyeket a síkgeometriában alapvetésnek tekintünk, a gömbfelületen egyáltalán nem ugyanúgy működnek. Ez számos nehézséghez vezet, többek között ahhoz, hogy nem készíthető tökéletes világtérkép.

Lezárás

Tökéletes világtérkép nem készíthető, mert a gömb felszínét nem lehet a hosszak torzulása nélkül síkra vetíteni. Különböző célokra különböző térképek bizonyulnak praktikusnak, mindig az adott célt figyelembe véve érdemes megválasztani a térkép vetületét. Egy történelmi vagy földrajzi atlaszban érdemes területtartó vetületek választani, de a repüléshez, hajózáshoz használt térképek szinte mindig szögtartóak. Ahogy a turistatérképek is, bár ennek a jelentősége kisebb, hiszen ezek kis területet ábrázolnak, méretarányuk nagy, így a torzulások nem számottevőek.

Gyakori tévhit, hogy a Mercator-vetület az egyetlen lehetséges világtérkép, miközben milyen rossz. Ez egy teljesen megalapozatlan állítás. A mercator-vetület nagyszerű arra, amire kitalálták. De bizonyos célokra nem alkalmas. Ha valaki a Föld országainak a területét akarja összehasonlítani, akkor ne Mercator-vetületben készült térkép alapján tegye ezt meg. Ennek ismeretében az alábbihoz hasonló cikkeket is kritikusan tudjuk szemlélni:

https://index.hu/tudomany/tortenelem/2017/03/20/mercator_peters_vetulet/

Mindemellett az is igaz, hogy a digitális térképek elterjedése hosszú távon egyre inkább kiváltja a papíralapú térképeket, és részben megoldja ezt a „problémát”.

Végezetül visszacsatolnánk az óra eleji megállapításra: A térkép egy függvény. Ez azért is fontos, mert a használatban lévő térképek jó része a Mercator-vetülettől eltérően nem állítható elő geometriai vetítéssel. Láttuk, hogy a gömb síkra vetítése nem egyszerű feladat, így rendszerint valamiféle más egyértelmű hozzárendelés alapján képzik le a gömbfelület pontjait a síkfelületre.

Opcionális kiegészítések

A gömbi főkörök mint egyenesek

Ha szeretnénk egy kicsit jobban elmélyülni a gömbi geometriai alapjaiban, akkor érdemes lehet a gömbi főkörökről egy kicsit részletesebben is beszélni. Ezek a gömbön sok szempontból a síkbeli egyenesek szerepét töltik be. Érdekes lehet ezt jobban körbe járni és néhány lehetséges párhuzamot összegyűjteni:

- A síkban a szakasz a 2 pont közötti legrövidebb út, a gömbön ez a két pontra illeszkedő főkör rövidebbik íve.
- A síkban bármely két pontra egyetlen egyenes illeszkedik. A gömbfelszínen két olyan pontra, amelyek nem átellenesek, pontosan egy főkör illeszkedik

- Az egyenes 2 egybevágó részre osztja a síkot, a főkör pedig 2 egybevágó részre osztja a gömböt.
- Ha a gömb középpontjából nézünk a gömbfelületre belülről, akkor a főköröket egyenesnek látjuk, a kisköröket (azokat a gömbi köröket, amik nem főkörök) pedig körnek.

Térképkészítési konvenciók

Vannak olyan konvenciók, amelyek vetülettől függetlenül szinte minden térképnél megjelennek. Ezek közül meg lehet vizsgálni néhányat.

Érdekes kérdés például, hogy vajon miért Európa van a térképek közepén, ha a Földfelszínnek nincsen ,,közepe". Elsőre azt gondolhatjuk, hogy ennek az oka csupán az, hogy európaiak készítették az első térképeket, ezért került a kontinensünk a világ közepére. Ez részben igaz is, ám hogyha jobban belegondolunk, nincs egyértelműen praktikusabb elrendezés.

Nézzük meg, hogy mi történne ha Amerika lenne a térkép közepén!

Ekkor a térkép középső részének nagy része óceán, a lakott területek pedig a szélére kerülnek. Arról nem is beszélve, hogy Ázsiát a térkép félbe vágja.

Így nézne ki egy térkép Ausztráliával középen:

Az előzőnél praktikusabb, ám a középső rész nagy része továbbra is óceán lenne.

Praktikus okai is vannak tehát annak, hogy Európa került a térképek közepére.

Mint további kérdés felmerülhet, hogy miért kerül Ausztrália „alulra”, miért nem használunk fordított térképet, hiszen az űrben nincs abszolút irány.

Az, hogy mi van „felül”, konvenció. Idővel az alakult ki, hogy az északot tekintjük „fentnek”, a délt pedig „lentnek”.

Így nézne ki egy megfordított világtérkép: