

Tanári útmutató

Gerrymandering

Juhász Péter, Babus Réka



Bízunk benne, hogy az óra során sikerül a tanulókat kritikus gondolkodásra ösztönözni. Szeretnénk, ha ők maguk fogalmaznának meg szempontokat arra vonatkozóan, hogy mitől lehet igazságos egy választókörzeti felosztás. Ugyanakkor fontos felismerni azt is, hogy ezeknek a szempontoknak az egyidejű érvényesítése legtöbbször kompromisszumokat igényel.

A tananyag alapját egy játékos feladat adja, amelyben megadott feltételek mellett kell gerrymandering konstrukciókat létrehozni a diákoknak. Bizonyos esetekben olyan feltételekkel találkozhatnak majd, amelyek mellett a kívánt cél elérése lehetetlen. Ezen keresztül szeretnénk megerősíteni bennük azt a szemléletet, hogy a létezés bizonyításához elegendő egyetlen megfelelő példa, míg a lehetetlenséget pusztán az a tény, hogy „nem sikerült megoldani”, még nem igazolja.


Reméljük, hogy a tanulók élvezik a feladatokat, és ezáltal nyitottabban fordulnak majd a matematika felé.


II. A tanóra egyes elemeinek időbeli becslése

! Fontos: Az egyes egységekhez rendelt számok reméljük, hogy segítenek megbecsülni, hogy az egyes feladatok hány percet tesznek ki. Ezek viszont csak irányadóak, érdemes a diákok tempójához igazítani, hogy végül mire-mennyi időt szánunk.

Az óra elemei	Rövid leírás	Módszer	Várható időtartam
1.	Problémafelvetés	önálló munka, közös megbeszélés	5 perc
2.	A Gerrymanderingről	Tanári előadás,	5 perc
3.	Gerrymandereljünk!	önálló munka, közös megbeszélés	28 perc
4.	A Gerrymandering azonosítása, kivédése	közös megbeszélés	5 perc
5.	Az óra lezárás	tanári előadás	2 perc

A prezentáció kivetítéséhez szükség lesz laptopra és projektorra. Ezen kívül csak tábla és filc szükséges a tanórához.

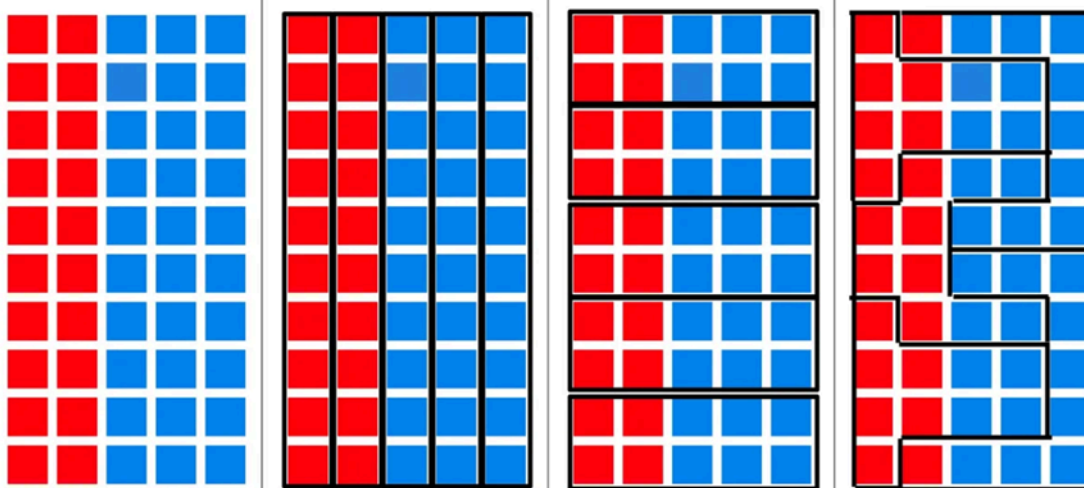
 *Megj.: A problémafelvetés kihagyásával értékes időt lehet nyerni, hogy az óra végén legyen több idő a feladatok megbeszélésére és a lezárásra. Mellette szól viszont érvként, hogy ezzel az óra nem tanári bevezetővel, hanem egy felütéssel, konkrét feladattal indul. A kipróbáló tanár kompetenciájára bízánk, hogy mi a prioritás.*

 *Megj.: 1-1 Gerrymandering feladat kihagyásával nyerhetünk némi időt. Az is opció lehet, hogy azt amire nem jön azonnal magyarázat, a tanulóknak háziba adjuk fel és a következő órán beszéljük meg. Így többeknek lesz még lehetősége gondolkodni a feladványokon.*

III. A TANÓRA MENETE

1. Problémafelvetés

Oszd fel a jobb oldali 5x10-es téglalapot 5 egyenlő területű, egybefüggő részre úgy, hogy ebből 0/2/3 részben legyen több piros négyzet, mint kék!



Megj.: Ha a tanár úgy dönt, hogy ezzel a feladattal indít, nem javasoljuk, hogy túl sok idő menjen el a feladat megbeszélésével. Valószínűleg elég, ha a 0 és 2 esetekre szóban elhangzik a megoldás és csak a 3-as eset kerül fel a táblára a diákok által.

Fent látható 1-1 lehetséges megoldás a feladatokra.

A feladat megbeszélése után fel lehet vetni a kérdést, hogy hol találkozhatunk a matekórán kívül hasonló problémával, témakörrel a való életben. Ha a tanulók nem találkoztak korábban még a gerrymanderinggel, akkor érdemes lehet segítségnek elmondani, hogy a politikában választásokkor gyakran felmerül ez a kérdéskör.

2. A Gerrymanderingről

Történeti háttér

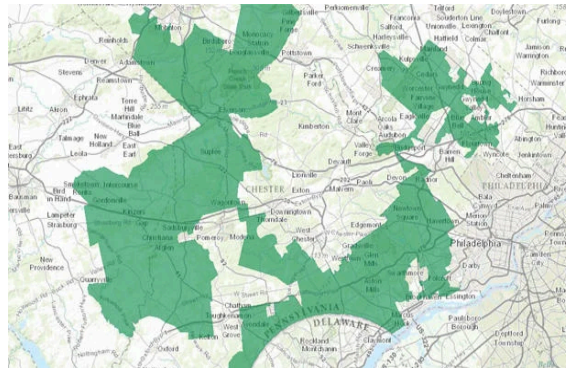
Gerrymanderingnek nevezzük a választókerületek határainak a manipulációját. Az elnevezés Elbridge Gerry nevéből származik, aki az Egyesült Államok egyik alapító atyja, későbbi alelnök, a demokrata-republikánus párt tagja volt. Gerry 1812-ben jóváhagyta Massachusetts kormányzójaként, hogy a bostoni körzet határait átrajzolják. A Boston Gazette újságban egy karikatúra rámutatott, hogy a körzet alakja egy szalamandrára hasonlít. Innen ered a Gerrymandering név.



💡 *Megj.: Elbridge Gerry nevét „Gerinek” ejtjük. Nem egyértelmű, hogy mikor lett belőle „DZS”.*

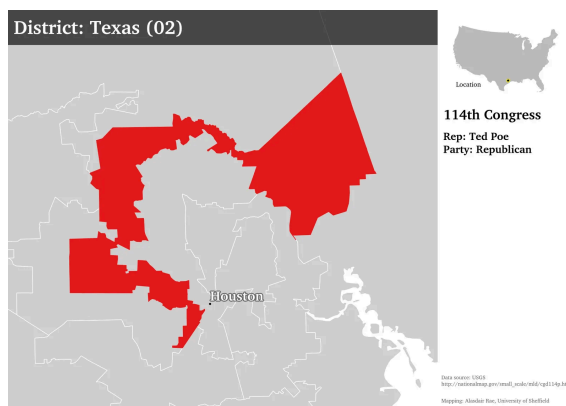
Példák furcsa alakú választókerületekre

Pennsylvania 7. választóközrete:

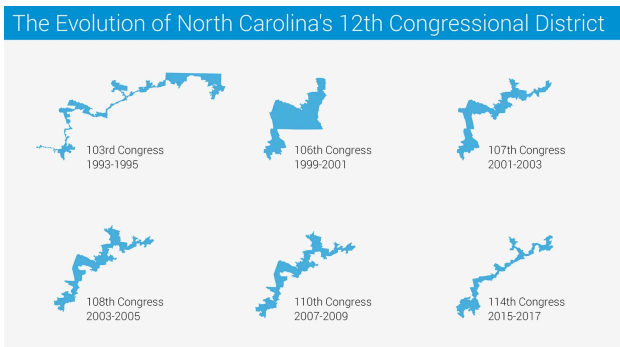


💡 *Megj.: A „Goofy kicking Donald duck” elnevezéssel szokták illetni.*

North Carolina: 12. választóközrete:



Texas 27. választóközrete:



Itt érdemes felvetni a kérdést, hogy mi állhat a furcsa alakú választókerületek hátterében. Jó, ha a diákok felismerik a beszélgetés során, hogy ha úgy osztják be a kerületeket, hogy akinek több szavazója van, az nagy fölényrel nyerjen meg kevesebb kerületet, akkor ők rosszabbul járnak, mintha kis fölényel az összes körzetet megnyernék. Itt vissza lehet utalni arra, hogy ha a téglalapos feladatban a piros és kék téglalap a két pártot jelöli, akkor ugyanannyi leadott szavazattal teljesen más eredményt tudunk létrehozni csupán azzal, hogy máshogy csoportosítjuk a szavazatokat.

3. Gerrymanderingünk!

Ebben a részben a diákok olyan feladványokkal találkoznak, ahol megadott helyzeteket kell gerrymanderingelni. A feladványok az alábbi linken érhetőek el:

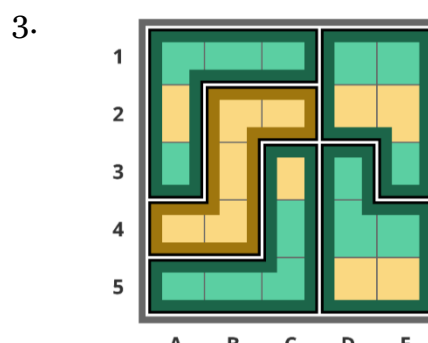
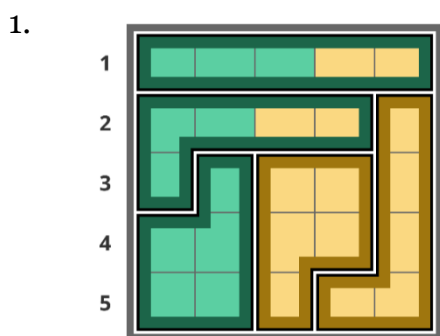
<https://jrmf.org/puzzle/gerrymandering/>

Az oldalon összesen 28 feladvány van, ezek közül mindegyik nem férne bele egy tanórába, illetve van több olyan is, ami egymáshoz elég hasonló. Ezért kiválasztottuk azokat a feladatokat, amiket érdekesnek, tanulságosnak találtunk és ezeket 4 csoportba rendeztük. Javasoljuk, hogy az egyes részek után tartsunk egy rövid megbeszélést a tanulókkal, hogy a fontosabb ötletek plenárisan is elhangozzanak. Ha valaki hamarabb elkészül, az nyugodtan belenézhet az „átugrott” feladatokba.

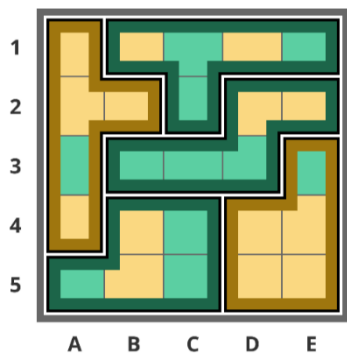
A blokkoknál megadjuk a kitűzött feladatok megoldásait is, javasoljuk azonban, hogy ezeket először a tanárok is maguktól próbálják megoldani, részben az agytorna miatt, részben pedig azért, hogy átfogóbb képet kapjanak egy-egy feladvány nehézségéről.

Első blokk: 1, 3, 5, 8 -as feladványok

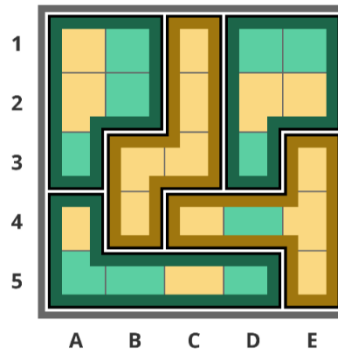
A kitűzött feladványok 1-1 lehetséges megoldása:



5.



8.

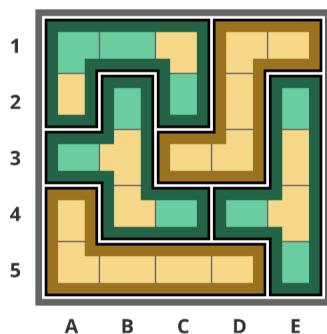


Ha a tanulóknak sikerül konstrukciókat találni, akkor ezen a ponton a megbeszéléstől el lehet tekinteni. Az első blokknak a fő célja, hogy a diákok megértsék a feladatot és a honlap működését.

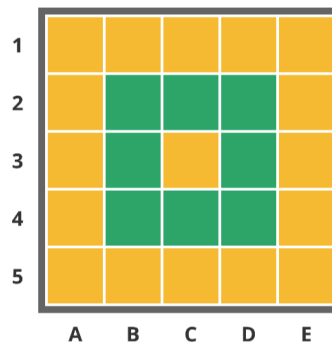
Második blokk: 9, 10, 11, 13 -as feladványok

A kitűzött feladványok 1-1 lehetséges megoldása:

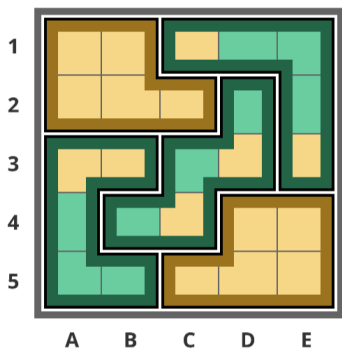
9.



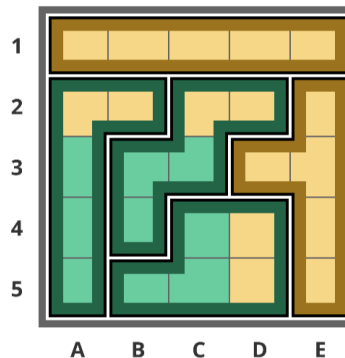
10.




11.



13.



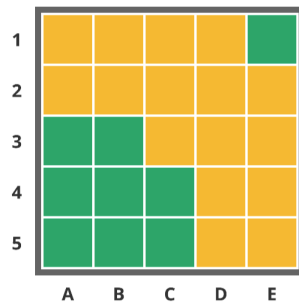
 *Megj.: A 10-es feladatnál fontos jelezni a tanulóknak, hogy csak akkor menjenek tovább a következő feladványra ha van indoklásuk is a lehetetlenségre.*

Ha van olyan, amivel többen elakadnak, akkor praktikus, ha számítógépen megnyitjuk és kivetítjük a feladványt, valamelyik tanuló pedig berajzolja az ő konstrukcióját. Az első megoldhatatlan feladvány a 10-es. Erről fontosnak tartjuk, hogy közösen is beszéljünk. Várhatóan elhangzik a következő diák érvelés: Ahhoz, hogy a zöld egy kerületben többségbe kerüljön, legalább 3 zöld mezőre van szükség. Ha 3 részben szeretnénk zöld többséget, akkor ahhoz legalább $3 \cdot 3 = 9$ zöldre van szükségünk. Itt csak 8 zöld van, így ez nem lesz elég.

Opcionális kapcsolódó kérdések:

9 zöld mezővel mindig feloszthatjuk úgy a kerületeket, hogy a zöld nyerjen?

Feltehetően hamar lesznek diákok, akik találnak egy megfelelő ellenpéldát, ahol a 9 zöld mező úgy van elhelyezve, hogy bármilyen felosztást is készítünk, nem elérhető a zöld többség. Egy lehetséges ellenpélda:

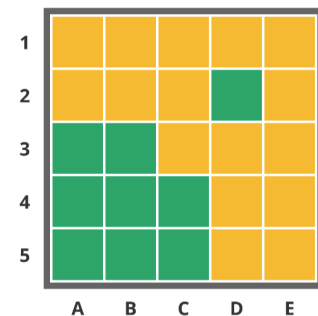


Megj.: Ha esetleg nem találnának ellenpéldát, akkor érdemes nyitva hagyni a kérdést, hiszen később lesz a feladványok között olyan ahol 9 zöld van és lehetetlen megcsinálni.

Legfeljebb hány zöldet tudunk úgy elhelyezni, hogy készíthető legyen olyan felosztás amiben nem a zöld nyer?

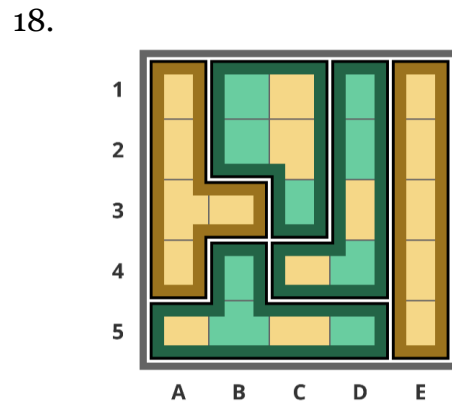
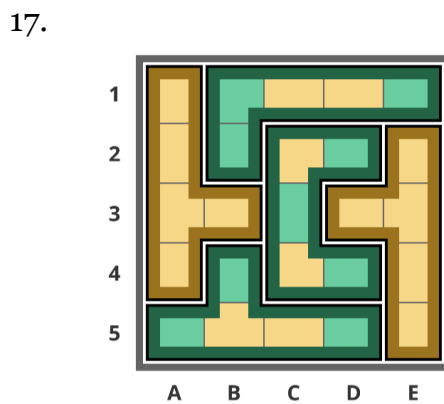
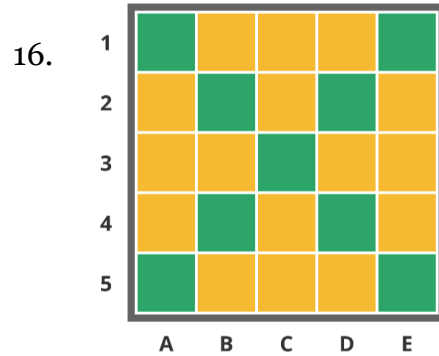
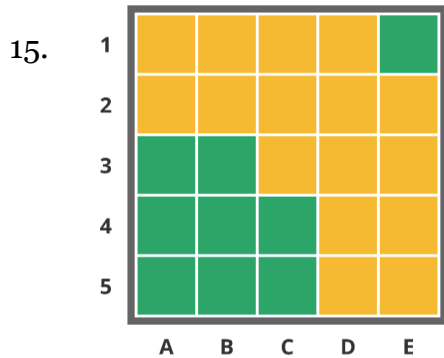
Megj.: Lehet úgy utalni rá, hogy ki tudja a kék szempontjából a „legbutább” felosztást létrehozni.

Egy praktikus érvelés: Tudjuk, hogy 8 sárga nem elég a sárga győzelméhez, így legalább 9 sárga kell ahhoz, hogy a zöld veszítsen. Tehát legfeljebb 16 mezőt színezhetünk zöldre. Erre egy lehetséges felosztás, ha a zöld és a sárga szerepét felcseréljük a jobb oldali ábrán.



Harmadik blokk: 15, 16, 17 és 18-as feladványok

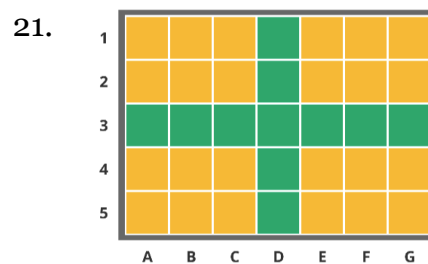
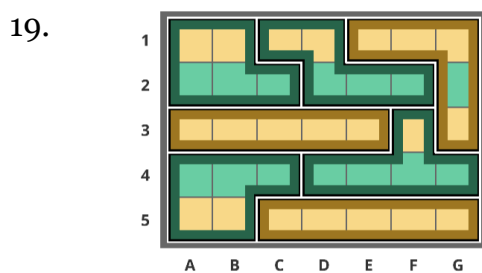
A feladatok 1-1 lehetséges megoldása:



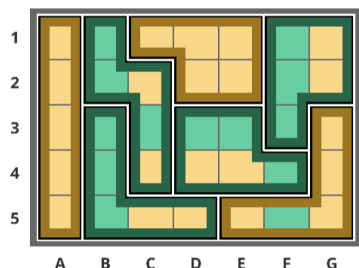
A 15-ös feladvány rávilágít, hogy a 9 zöld mező szükséges, de nem elégséges feltétele a zöld győzelmének. Rövid magyarázat: A jobb felső sarokban található zöldet csak 4 sárgával tudjuk egy körzetbe rakni, így ez a zöld biztosan elveszik. A maradék 8 zöld nem elegendő 3 körzet megnyeréséhez.

Negyedik blokk: 19, 21, 22, 23-as feladványok

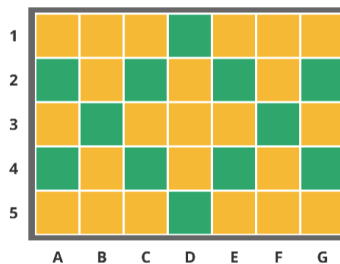
A feladatok 1-1 lehetséges megoldása:



22.



23.




Az 5x5-ös táblán előkerült gondolatmenetek sokat segíthetnek a lehetetlenség igazolásában.

A 21-es feladványnál: Egy kerületben a fölényhez legalább 3 zöld mező kell, összesen pedig 4 nyert kerületre van szükség a győzelemhez. Így legalább $3 \cdot 4 = 12$ zöld mezőre van szükség, itt azonban csak 11 van.

A 23-as feladványnál: Pont 12 zöld mező van, így nem pazarolhatunk el zöldet. Tehát abban a 3 kerületben, amit a sárga nyer, csak sárga mezők szerepelhetnek. Ezt azonban nem tudjuk létrehozni, hiszen nincs 5 egybefüggő sárga mező.

4. A Gerrymandering tipikus módszerei

- **szétszórás:** több körzetben legyen kisebbségben az egyik párt, ahelyett, hogy néhányban többségben.
- **koncentráció:** nagy fölényrel nyerjen meg az egyik párt egy választókerületet, hogy a többiben kevesebb eséllyel legyen többsége.
- **eltérítés (hijacking):** két vagy több ellenzéki jelöltet (általában hivatalban lévő képviselőket) egyazon új körzetbe tesznek, így egymás ellen kell indulniuk. Ezáltal biztosan legalább az egyikük elveszti a mandátumát.
- **elrablás (kidnapping):** egy képviselőt „kiraknak” a megszokott körzetéből egy számára politikailag hátrányos, új helyre.

 *Megj.: A szétszórást és a koncentrációt valószínűleg maguktól mondják már a diákok a megoldott feladatok után. A többibe a rendelkezésre álló idő függvényében érdemes belemenni.*

5. Igazságos felosztás létrehozása

Csoportos megbeszélésre javasoljuk azt a kérdést, hogy milyen módszerekkel lehetne vajon igazságos felosztást létrehozni. Jó, ha elhangoznak szempontok, amik teljesülését figyelembe kell venni a felosztás során.

Ilyen szempontok lehetnek:

- Közel egyenlő szavazó legyen a kerületekben*
- Egybefüggőek legyenek a körzetek
- Etnikai csoportokkal szemben ne legyen diszkrimináció**
- Közigazgatási határokat ne keresztezzen
- Természeti határokat (hegyvonulat, folyó) ne keresztezzen

Opcionális kiegészítések a *-al jelölt részekhez

*: Érdekes megvizsgálni, hogy bizonyos körzetekben mennyit ér egy adott ember szavazata. Meg lehet kérdezni a diákokat, hogy ha megnézzük a legnagyobb és legkisebb választókerületben szavazók számának hányadosát, mit tippelnek, Magyarországon körülbelül mennyi lesz ez az érték?

A 2018-as választások után készült egy elemzés erről:

https://index.hu/belfold/2018/valasztas/2018/01/24/hol_mennyit_er_egy_szavazat_valasztokerulet_letszam_arany/?token=578935dd9c2de151d62ef6083e444117

A két szélsőség Tolna 02. (Dombóvár) és Budapest 07. (XIII. kerület) választókerületei voltak. Az előbbiben 63 ezer, utóbbiban 94 500 választásra jogosult személy volt. A hányadosa 1,5.


A 2022-es választásokon ez a hányados valamivel nagyobb volt. A legnépesebb Pest 05. választókerülete (Dunakeszi) volt 98 387 fővel, a legkisebb választókerület pedig a tolnai 02-es (Dombóvár) volt 58 166 fővel. A hányados itt 1,69.

<https://vtr.valasztas.hu/ogy2022/egyenivalasztokeruletek/17-02?tab=candidates>

Ezek viszonylag magas, de nem kiemelkedően rossz arányok.

** : Szlovákiában ez a közigazgatási térkép. Látszólag teljesen fair. 8 régió van, a lakosságnak kb. 8%-a magyar, így egy régióban lehetne többség, de ebben a felosztásban mindenhol kisebbségben vannak a magyarok.



 *Megj.: Ebbe akkor érdemes belemenni ha a politikai háttértől sikerül eltekinteni.*

4. A Gerrymandering azonosítása, kivédése

A körzetek újrarajzolása számos jogi vitát váltott ki. Az Egyesült Államok Legfelsőbb Bírósága 1986-ban még azt is kimondta, hogy a gerrymandering törvénytelen. Gyakorlatban ez viszont nem igazán jelentett szankciókat. Mint kiderült, nem is olyan egyszerű a tisztességes körzetek kialakítására vonatkozó szabályok felállítása.

Az alábbi kérdések megvitatását javasoljuk:

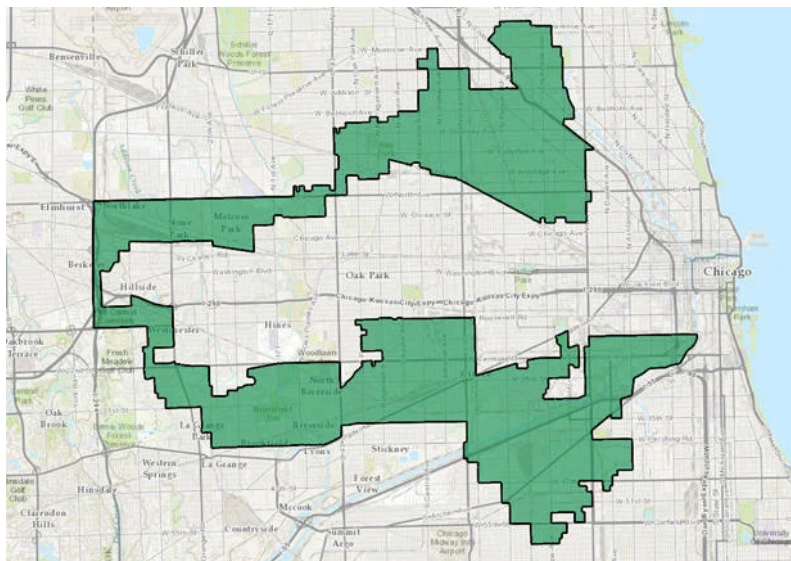
- Hogyan lehet kivédeni a gerrymanderinget?
- Hogyan lehet eldönteni, hogy egy felosztás nagyjából igazságos-e?

A gerrymandering kivédésére egy lehetőség, hogy az az egész ország egy körzet legyen. Ez megvalósul például Izraelben és Hollandiában, ahol a parlamenti helyeket a leadott szavazatok arányában osztják szét. Ez kisebb méretű országoknál működik inkább. Másik lehetőség, hogy egy politikailag független szervezet határozza meg a választókörzeteket. Az Egyesült Királyságban és Kanadában például így működik a rendszer.

Az igazságosság eldöntésénél fontos szempontok, hogy az „elpazarolt” szavazatok aránya közel azonos-e, valamint hogy ha random változtatnánk a választókerületek határait, akkor az esetek nagy százalékában hasonló eredmény jönne-e ki, mint ahogy felosztották a területet.

5. Az óra lezárása

Vannak szerencsére olyan esetek is, amikor a gerrymandering háttérében valamilyen nemesebb cél áll. Erre is jó, ha látunk példát!



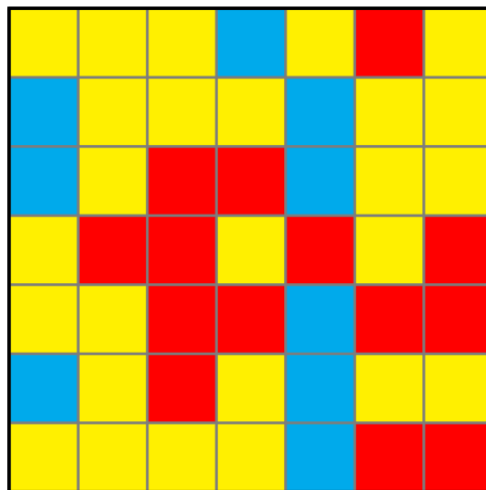
Az ábrán Illinois 4. választókerülete látható, amit a “The Earmuffs” névvel szoktak emlegetni. Látszólag elég csalás-gyanús ez a felosztás, mégis jó indok van rá, hogy így osztották be: A Voting Rights Act azt mondja ki, hogy ha egy egy faji kisebbségi csoport földrajzilag koncentrált és elég nagy létszámú, akkor a választási körzeteket nem szabad úgy kialakítani, hogy az megakadályozza őket abban, hogy a számukra megfelelő jelöltet választhassák meg. Itt pont a „fülvédő” két „fülénél” koncentráldott egy latin-amerikai etnikumú csoport.

IV. Lehetséges kiegészítések

Egy összetett Gerrymandering feladvány

Az órai feladványoknak jó kiegészítése lehet az alábbi probléma. Az órán praktikus lehet a leggyorsabb tanulóknak mint kiegészítő feladat, de akár házi feladatnak is feladható az órát követően.

A feladvány a következő: az alábbi ábrát oszd fel 7 darab 7 négyzetből álló választókerületre, úgy hogy a kék szín nyerje a választást. (Az eddigiekkel ellentétben most 3 párt van, és egy körzetet akkor nyer meg egy párt, ha egyedül a legtöbb szavazatot kapja, és akkor nyeri egy párt a választást, ha egyedül a legtöbb körzetet nyeri meg.)



A játék a következő linken online is elérhető. Javasoljuk, hogy ezt osszuk meg a diákokkal.

<https://starwort.github.io/gerrymandering/?puzzle=3%3B7x7%3B2220212%3B0222022%3B0211022%3B2112121%3B2211011%3B0212022%3B2222011>

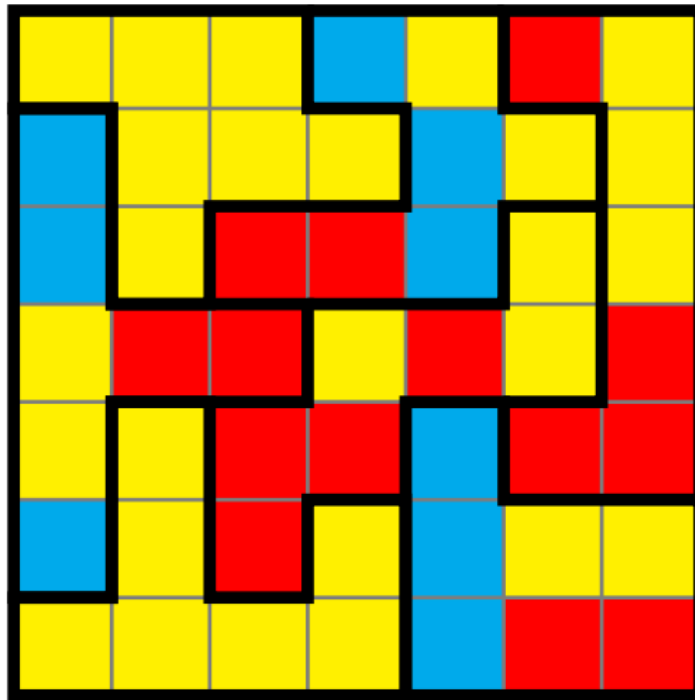
Megoldás:

Első lépésként érdemes megszámlolni, hogy egyáltalán lehetséges-e a kék győzelme. Egy választókerületben legkevesebb 3 szavazattal lehet nyerni, a 7 választókerületből pedig legalább háromban kell többségben lenni a győzelemhez. Így legalább 9 kék

mezőre mindenképpen szükség van. A kék mezők száma pont 9, így világos, hogy egyik választókerületben sem „pazarolható el” kék szavazat.

Fontos szempont az is, hogy a pirosak és a sárgák egyaránt 2-2 választókörzetben legyenek fölényben.

Egy megfelelő felosztás:



Izgalmas kapcsolódó kérdésnek tartjuk, hogy létezik-e másik megfelelő felosztása a körzeteknek.

Alapkövetelmény, hogy 3 választókerületben 3 kék, 2 sárga és 2 piros mezőnek kell lennie. Ezen kívül maradt még 8 piros és 20 sárga mező. Tekintsük ezen maradék mezők felosztását: a 28 mezőt 4 választókerületre kell osztanunk úgy, hogy kettőben a piros, kettőben a sárga győzedelmeskedjen. Két párt esetén a győzelemhez itt körzetenként legalább 4 mezőre van szükség, így kijelenthető, hogy azokban a körzetekben ahol a piros nyer a sárga ellen 4 piros és 3 sárga lesz, azokban pedig ahol a sárga nyer a pirossal szemben, csak sárga mezők szerepelhetnek. Ezt csak a fenti felosztással tudjuk elérni.

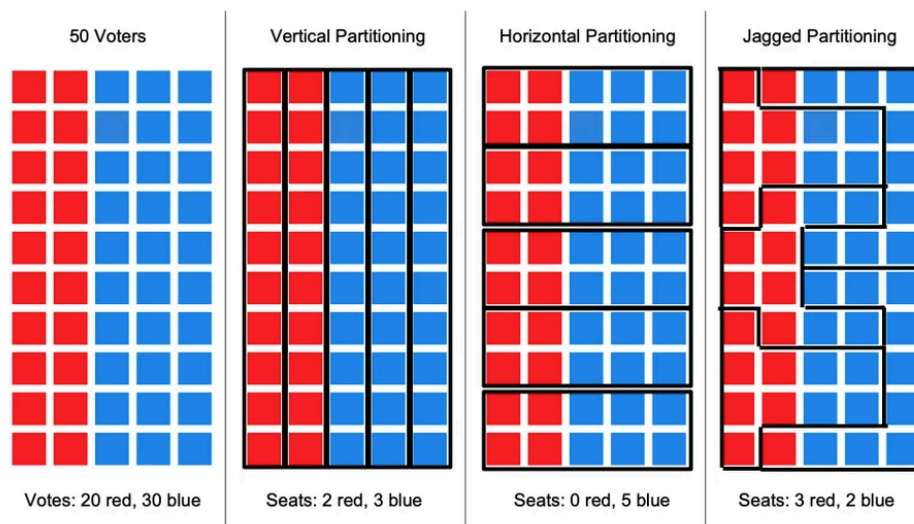
Efficiency gap

Bár egy 45 perces tanórába nehezen férne bele, úgy érezzük, hogy akinek erre van ideje, módja, annak érdekes lehet az efficiency gap definícióját is elmondani és ehhez kapcsolódva néhány további feladatot megvizsgálni.

Fel lehet vetni a kérdés, hogy hogyan lehetne számszerűen mérni, hogy milyen mértékű egy államban a gerrymandering. Várhatóan erre a kérdésre előkerül, hogy közel azonos „elpazarolt” szavazata kell, hogy legyen a két oldalnak. Itt a tanár jó ha elmondja, hogy ennek a mérésére bevezették az „Efficiency gap” mérőszámot:

Ezt úgy kapják meg, hogy a két párt által elpazarolt (=wasted) szavazatok különbségének veszik az abszolút értékét, és ezt elosztják az összes szavazat számával. Minél kisebb az efficiency gap, annál pártatlanabb az eredmény.

Javasoljuk, hogy az óra eleji bevezető feladat felosztására nézzünk újra rá. Anélkül, hogy elkezdenének a diákok számolni, rakják sorba, hogy hol lesz a legkisebb és a legnagyobb az efficiency gap. Lehet róla szavazást is tartani.



A szavazás után érdemes felosztani a csoportot 3 részre, akik kiszámolják 1-1 esetben az efficiency gapeket. A végén összehasonlítjuk a kapott eredményeket a becslésekkel.

További opcionális feladat lehet valamelyik feladványt (Pl. 9-est) a honlapról úgy felosztani választókerületekre, hogy annak minél kisebb legyen az efficiency gapje.